2022□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1□□2021·□□□□·□□□□□□□□□$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□□□□$F_1$□$F_2$□$A$□$B$□□□□□□□□□□

$\overrightarrow{BF_2}=3\overrightarrow{F_2A}$□□$\triangle AF_1B$□□□□□□$I_1$□$\triangle AF_1F_2$□□□□□□$I_2$□□□$I_1I_2$□□□$F_1F_2$□□□$P$□□$F_1P=3PF_2$□□□□□$C$□□□□

□□   □

A□$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B□$\frac{\sqrt{10}}{2}$

C□$\sqrt{5}$　　D□$\sqrt{10}$

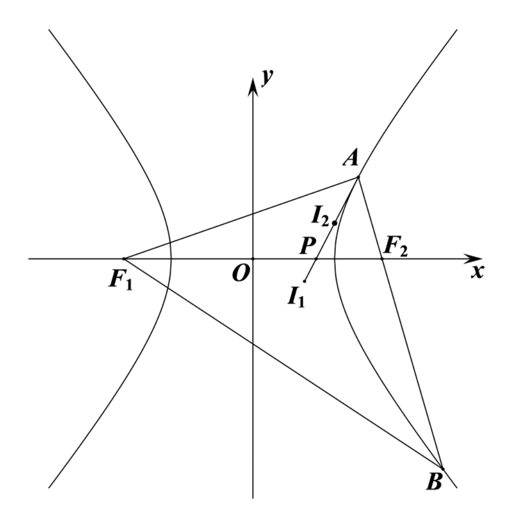
□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□$\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=3$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$F_1A\perp F_2A$□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□



□□□□I_2□$\angle F_1AF_2$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=\frac{|F_1P|}{|F_2P|}$□

□□ $F_1P=3PF_2$ □∴ $\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=3$ □

□□□□□□□ $|AF_1|-|AF_2|=2a$ □□□ $|AF_1|=3a$ □ $|AF_2|=a$ □

∴ $|BF_2|=3a$ □ $|AB|=4a$ □□□□□□□ $|BF_1|=5a$ □

□□ $|AF_1|^2+|AB|^2=|BF_1|^2$ □□□ $F_1A\perp F_2A$ □

□□ $Rt\triangle F_1AF_2$ □□ $|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2$ □

□ $9a^2+a^2=4c^2$ □∴ $e^2=\frac{5}{2}$ □ $e=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

□□□B□

2□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}x^2, x\ge 0\\ -2|x+1|+2, x<0\end{cases}$ □□□□□□□ x □□□ $\frac{2f(x)-1}{x-a}<0$ □□□□□□□□□□□□ a □

□□□□□ （ □

A□ $\{-2,-1,0,1\}$　　　　B□ $\{-2,-1,0\}$

C□ $\{-1,0,1\}$　　　　D□ $\{-2,1\}$

□□□□A

□□□□

□□ $\frac{2f(x)-1}{x-a}<0$ □□□ $(x,f(x))$ □□ $\left(a,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□□ 0□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□

□□ $\frac{2f(x)-1}{x-a}<0$ □ $\frac{f(x)-\frac{1}{2}}{x-a}<0$ □□□□□ $(x,f(x))$ □□ $\left(a,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□

□□□□□□□□□ $(x,f(x))$ □ x □□□□□ $\left(a,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□□ 0□□□ $\left(a,\frac{1}{2}\right)$ □□□ $y=\frac{1}{2}$ □□□□

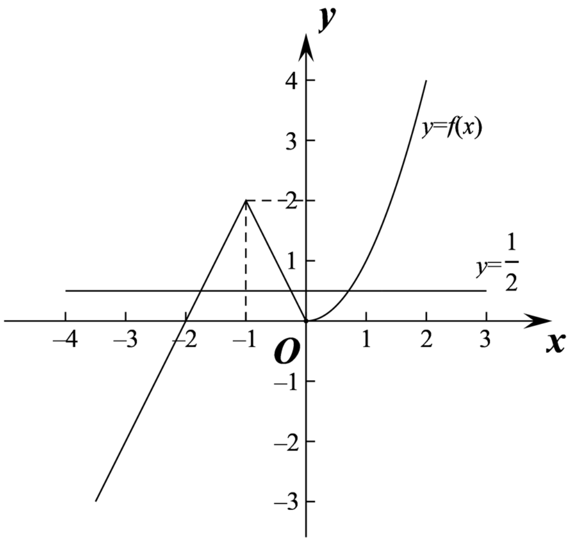
因为 $f(0)=0$，$f(-1)=2$，$f(-2)=0$，$f(1)=1$

由图可得当 $0\le a\le1$ 时，只有点 $(-1,2)$ 满足 $\dfrac{f(x)-\frac{1}{2}}{x-a}<0$，

当 $-2\le a\le -1$ 时，只有点 $(0,0)$ 满足 $\dfrac{f(x)-\frac{1}{2}}{x-a}<0$.

综上可得 a 的范围是 $[0,1]\cup[-2,-1]$，故所有满足条件的整数 a 的取值集合为 $\{-2,-1,0,1\}$.

故选：A.



3.（2021·河北沧州·高三阶段练习）在正三棱锥 $A-BCD$ 中，AB，AC，AD 两两垂直，E，F 分别是 AB，AD 的中点，过 E，F 的平面与棱 AC 交于点 G，且 $V_{A-EFG}:V_{EFG-BDC}=1:5$（$V$ 表示体积），则 AC 与平面 EFG 所成角的正切值等于（　）

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{4}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{2}}{8}$

【答案】D

【分析】

由条件将正三棱锥 $A-BCD$ 补形成正方体，由条件可得 $V_{A-EFG}=\dfrac{1}{6}V_{A-BDC}$，从而得出点 G 的位置,建立空间直角坐标系，利用向量法求解即可.

【详解】

由条件将正三棱锥 $A-BCD$ 补形成正方体，如图

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□ D_1B, D_1D, D_1A_1 □ x, y, z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2

□ $V_{A-EFG}:V_{EFG-BDC}=1:5$ □□ $V_{A-EFG}=\frac{1}{6}V_{A-BDC}$

□□ $\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AD\times AC\times AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AF\times AG\times AE$

□ $\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times AG\times1$ □□ $AG=\frac{4}{3}$

□□ $A(2,0,2)$, $C(2,2,2)$, $E(2,0,1)$, $F(1,0,2)$, $G\left(2,\frac{4}{3},2\right)$

$\overrightarrow{AC}=(0,2,0)$, $\overrightarrow{EF}=(-1,0,1)$, $\overrightarrow{FG}=\left(1,\frac{4}{3},0\right)$

□□□ EFG □□□□□ $\vec{n}=(x,y,z)$

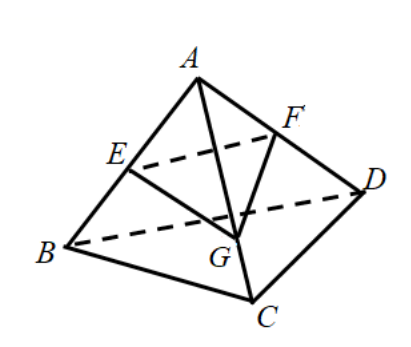
□ $\begin{cases}\overrightarrow{EF}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{FG}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$, □ $\begin{cases}-x+z=0\\ x+\frac{4}{3}y=0\end{cases}$ □□ $\vec{n}=(4,-3,4)$

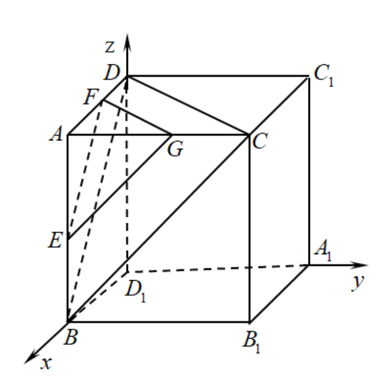
□ AC □□□ EFG □□ θ □□ $\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{AC},\vec{n}\rangle\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\frac{|-2\times3|}{2\times\sqrt{4^2+(-3)^2+4^2}}=\frac{3}{\sqrt{41}}$

□□ $\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\sqrt{1-\frac{9}{41}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{41}}$

□□ $\tan\theta=\frac{3}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

□□□D





4□□2021·□□·□□□□□□□ $24<25,80<81,125<128$ □□□□ $\lg 2$ □□□□□□□ □

A□0.2975　　B□0.3025　　C□0.3075　　D□0.3125

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□ $0.3<\lg 2<0.305$ □□□□□□□□.

□□□□

□□□$125<128\Rightarrow \lg125<\lg128\Rightarrow 3\lg5<7\lg2\Rightarrow \lg2>0.3$□□$\begin{cases}24<25\\80<81\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lg24<\lg25\\\lg80<\lg81\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lg3+3\lg2<2\lg5①,\\1+3\lg2<4\lg3②,\end{cases}$ □□

①□$4\lg3<8\lg5-12\lg2$□②□$1+3\lg2<4\lg3<8\lg5-12\lg2$□□$1+15\lg2<8\lg5\Rightarrow 1+23\lg2<8\Rightarrow \lg2<\frac{7}{23}<0.305$□

□$0.3<\lg2<0.305$.

□□□B.

5□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ A,B□□□$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$□□ M□A □□□□□□□ $\angle MAB=90°$ □ MB□ y□□□ Q□

O□□□□□□ $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OQ}=2\overrightarrow{OQ}^2$ □□□□□□□□□□ □

A□$\frac{1}{2}$　　B□$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C□$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D□$\frac{\sqrt{6}}{3}$

□□□□B

□□□□

□ $OM\cdot OQ=2OQ^2$ □□□ $t=-\frac{y_1}{2}$ □□□ $\angle MAB=90$ □□□ $k_{AB}=-\frac{x_1}{y_1}, k_{MB}=\frac{y_1}{2x_1}$ □□□□□ $k_{AB}\cdot k_{MB}=-\frac{b^2}{a^2}$ □□□ $-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{2}$ □

□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), Q(0,t)$ □□ $M(-x_1,-y_1)$ □

□ $OM\cdot OQ=2OQ^2$ □□□ $-y_1t=2t^2$ □□□ $t=-\frac{y_1}{2}$ □

□□ $\angle MAB=90$ □□□ $k_{AB}=-\frac{1}{k_{OA}}=-\frac{x_1}{y_1}, k_{MB}=k_{MQ}=\frac{y_1}{2x_1}$ □

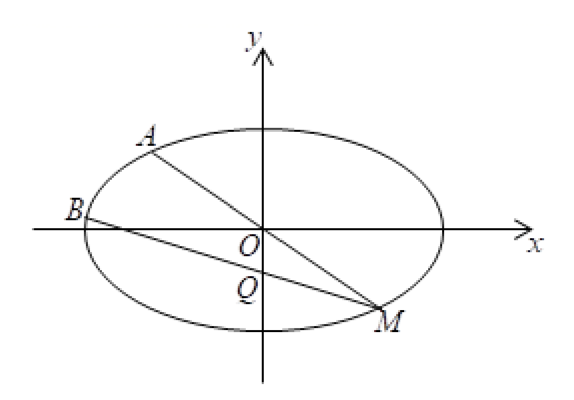
□□ $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1, \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1$ □□□□□□ $\frac{x_1^2-x_2^2}{a^2}+\frac{y_1^2-y_2^2}{b^2}=0$ □

□ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\frac{b^2}{a^2}$ □□ $k_{AB}\cdot k_{MB}=-\frac{b^2}{a^2}$ □

□□□ $k_{AB}\cdot k_{MB}=-\frac{x_1}{y_1}\cdot\frac{y_1}{2x_1}=-\frac{1}{2}$ □□□ $-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{2}$ □□ $\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$

□□ $b^2=a^2-c^2$ □□□ $\frac{a^2-c^2}{a^2}=\frac{1}{2}$ □□□ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

□□□B.



6□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=A\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(A>0,\omega>0)$ □□□ $y=1$ □ $f(x)$ □□□□ y □□□□□

□□□□□□□ a_1 □ a_2 □… □ a_k □ a_{k+1} □… □□□□ $k\in \mathbf{N}$ □□□ $\frac{a_{2k+1}-a_{2k}}{a_{2k}-a_{2k-1}}=2$ □□ $A=$□ □

A□ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B□ 2　　C□ $\sqrt{2}$　　D□ $2\sqrt{3}$

□□□B

□□□

□ $b_k=\omega a_k-\frac{\pi}{6}$ □□□□ $b_{2k}=b_{2k-1}+\frac{2\pi}{3}$ □□ $\sin b_{2k-1}=\sin b_{2k}$ □□□ $\cos b_{2k-1}=\sqrt{3}\sin b_{2k-1}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ A □

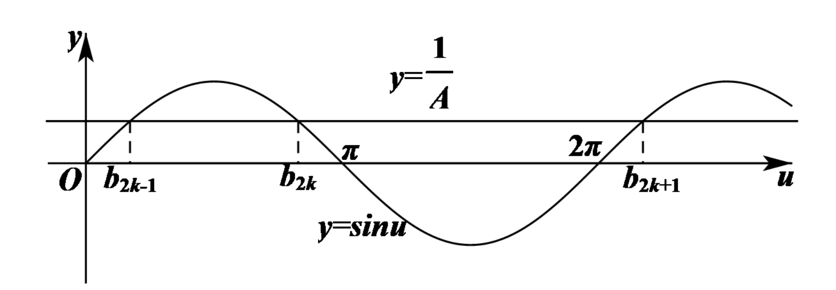
□.

□□□

□ $f(x)=1$ □□ $\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{A}\le 1$ □. $A>0$ □□ $A\ge 1$.

□ $A=1$ □□ $a_{2k+1}-a_{2k}=a_{2k}-a_{2k-1}\,(k\in N)$ □□□□□□□□□□ $A>1$.

□ $u=\omega x-\frac{\pi}{6}$ □ $b_k=\omega a_k-\frac{\pi}{6}$ □□□□□□□



□□□□□ $b_{2k+1}-b_{2k-1}=2\pi$ □□ $\left(\omega a_{2k+1}-\frac{\pi}{6}\right)-\left(\omega a_{2k-1}-\frac{\pi}{6}\right)=2\pi$ □

$\frac{b_{2k+1}-b_{2k}}{b_{2k}-b_{2k-1}}=\frac{\omega(a_{2k+1}-a_{2k})}{\omega(a_{2k}-a_{2k-1})}=2$ □□□□ $b_{2k}-b_{2k-1}=\frac{1}{3}(b_{2k+1}-b_{2k-1})=\frac{2\pi}{3}$ □

□□□ $b_{2k}=b_{2k-1}+\frac{2\pi}{3}$ □

□□□ $\sin b_{2k-1}=\sin b_{2k}=\sin\left(b_{2k-1}+\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}\sin b_{2k-1}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos b_{2k-1}$ □

□□□□ $\cos b_{2k-1}=\sqrt{3}\sin b_{2k-1}$ □

□□□□□ $\begin{cases}\cos b_{2k-1}=\sqrt{3}\sin b_{2k-1}\\ \cos^2 b_{2k-1}+\sin^2 b_{2k-1}=1\\ \sin b_{2k-1}=\frac{1}{A}>0\end{cases}$ □□□ $A=2$.

□□□B.

7□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a_m\ (m\in\mathbf{N}^*)$ □□□□□□□ q □□□□□ $b_{m+1}\ (m\in\mathbf{N}^*)$ □□□ $b_k<a_k<b_{k+1}$ □□□ $k=1,2,\cdots,m$ □□□□□ b_{m+1} □□□ a_m □“□□□□□□”□□□□□□□□□□□□□□（　）

A．□□ b_5 □2□4□8□16□32 □□□ a_4 □3□7□12□24 □□□“□□□□□□”

B．□□□ a_n □□“□□□□□□” b_{n+1} □□□ $a_1<\cdots<a_{k-1}<a_k<\cdots<a_n$ □ $b_1<\cdots<b_{k-1}<b_k<\cdots<b_n<b_{n+1}$ □□□□□ $2\le k\le n, k\in\mathbf{N}^*$

C．□□ a_3 □-3□-1□2 □□“□□□□□□” b_4

D．□□ a_{10} □□□□□□ $a_n=2^n(n=1,2,\cdots,10)$ □□□□ a_{10} □“□□□□□□” b_{11} □□□□ 1□□□□ $q\in\left(2,2^{\frac{10}{9}}\right)$

□□□□C

□□□□

□□“□□□□□□”□□□□□□□.

□□□□

□□ A□□□ $2<3<4<7<8<12<16<24<32$ □□□□□□ A □□□

□□ B□□□□□ $b_1<a_1<b_2<a_2<b_3<\cdots<b_k<a_k<b_{k+1}<\cdots<b_{n-1}<a_{n-1}<b_n<a_n<b_{n+1}$ □□ B □□□

□□ C□□□□□□ $b_1<-3<b_2<-1<b_3<2<b_4$ □ $b_1<b_2<0, q>0$ □□ $b_3, b_4>0$ □□□□ C □□□

□□ D□$1<2<q<2^2<q^2<\cdots<q^9<2^{10}<q^{10}$□□□ $q\in\left(2,2^{\frac{10}{9}}\right)$ □□ D □□.

□□□C.

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□□□□□□ F_1□F_2□□□ F_2□□□□□θ□□□ l□

□□□ C□□□□ A □ B□□□□□□ A □□□□□□□ $\cos\theta=\frac{1}{4}$□□$|AB|=|AF_1|$□□□□□ C□□□□□□ □

A□4 B□$\sqrt{15}$ C□$\frac{3}{2}$ D□2

□□□□D

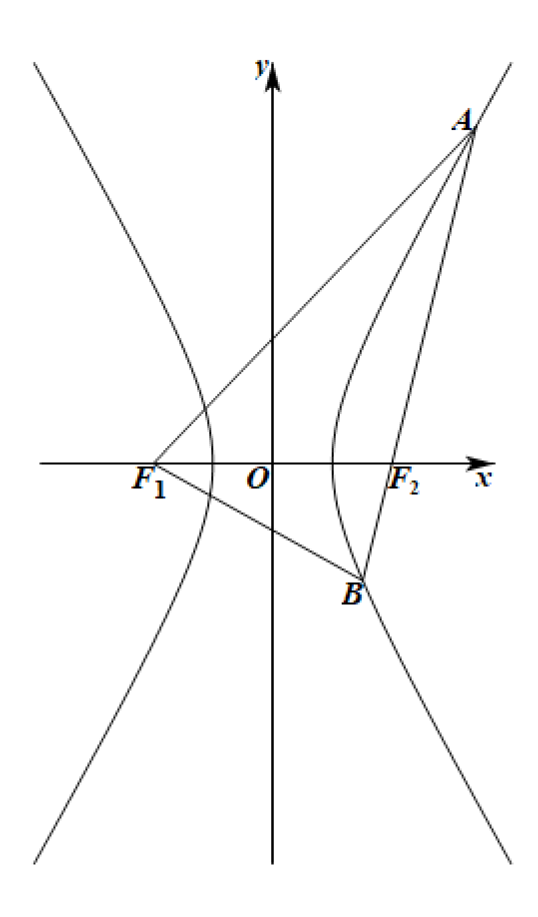
□□□□

□$|AF_2|=m$□□□□$|BF_2|=2a$□$|BF_1|=4a$□□$\triangle BF_1F_2$□□□□□□□□□□□□□□e□□□□□□$e>1$□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□$|AF_2|=m$□□□□□□□□□□$|AF_1|=2a+m$□

□$|BF_2|=|AB|-|AF_2|=2a$□□□□$|BF_1|=4a$□



□△BF_1F_2□□$\cos\angle BF_2F_1=\frac{|F_1F_2|^2+|BF_2|^2-|BF_1|^2}{2|BF_1|\cdot|BF_2|}=\frac{c^2-3a^2}{2ac}=\frac{1}{4}$□

□□□□$2c^2-ac-6a^2=0$□□$2e^2-e-6=0$□$\because e>1$□□□$e=2$.

□□□D.

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$x\in[1,e]$□□□□□□□□□□□$y\in[-1,5]$□□□$y^2xe^{1-y}-ax-\ln x=0$□□□□□□

a□□□□□□

A□$(\frac{25}{e^4},e^2-\frac{1}{e}]$　B□$[\frac{25}{e^4},\frac{3}{e})$　C□$(0,\frac{25}{e^4}]$　D□$[\frac{25}{e^4},e^2-\frac{3}{e})$

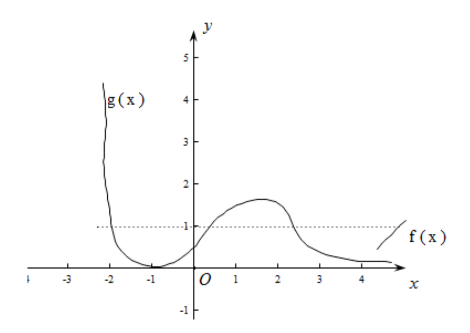
□□□□B

□□□□

□□□□□$y^2e^{1-y}=\frac{\ln x}{x}+a$□□$f(x)=\frac{\ln x}{x}+a,x\in[1,e]$□□$g(y)=y^2e^{1-y},y\in[-1,5]$□□□$f(x)\in\left[a,a+\frac{1}{e}\right]$□□□□□□□□

□ $g(y)$ □□□□□□□□□□□□□□ $\left[a,a+\frac{1}{e}\right]\subseteq\left[\frac{25}{e^4},\frac{4}{e}\right]$ □□□□□ a □□□□□□□□□□.

□□□□



□ $x\neq0$ □ ∴ □□□□□ $y^2e^{-y}=\frac{\ln x}{x}+a$ □

□ $f(x)=\frac{\ln x}{x}+a,\ x\in[1,e]$ □ $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x}\geq0,\ f(x)$ □□□

□ $f(x)\in\left[a,a+\frac{1}{e}\right]$ □□ $g(y)=y^2e^{-y},\ y\in[-1,5]$ □

□ $g'(y)=2y\cdot e^{-y}-y^2e^{-y}=y(2-y)e^{-y}$ □

□ $g(y)$ □ $(-1,0)$ □□□□□ $(0,2)$ □□□□□ $(2,5)$ □□□□

□ $g(-1)=e^2,\ g(0)=0,\ g(2)=\frac{4}{e},\ g(5)=\frac{25}{e^4}$ □

□□□□□□□□□□□□□ $y\in[-1,5]$ □□□ $y^2xe^{-y}-ax-\ln x=0$ □□□

□ $\left[a,a+\frac{1}{e}\right]\subseteq\left[\frac{25}{e^4},\frac{4}{e}\right]$ □□ $\begin{cases}a\geq\frac{25}{e^4}\\ a+\frac{1}{e}<\frac{4}{e}\end{cases}$ □

□ $\frac{25}{e^4}\leq a<\frac{3}{e}$ □□□ a □□□□□□ $\left[\frac{25}{e^4},\frac{3}{e}\right)$ □□□ B.

□□□□

□□□,□□□□□□. □□□.□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$\left[a,a+\frac{1}{e}\right]\subseteq\left[\frac{25}{e^{2}},\frac{4}{e}\right]$.

10□□2021·□□·□□□□□□□□□ a□5□b□15(ln4□ln3)□c□16(ln5□ln4)□□□　□

A□a□c□b　　　　B□c□b□a　　　　C□b□a□c　　　　D□a□b□c

□□□B

□□□

□□□ a□ b□□□□□□ 1 □ $3\ln\frac{4}{3}$ □□□□□ $\frac{1}{3}$ □ $\ln\frac{4}{3}$ □□□□□ $e^{\frac{1}{3}}$ □ $\frac{4}{3}$ □□□□□ e□ $\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$ □□□□□□□□ b□ c□□□□□□ $\ln\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$ □

$\ln\left(\frac{5}{4}\right)^{16}$ □□□□□ $\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$ □ $\left(\frac{5}{4}\right)^{16}$ □□□□□□□□□

□□□

□□□ a□ b□□□□□□ 1 □ $3\ln\frac{4}{3}$ □□□□□ $\frac{1}{3}$ □ $\ln\frac{4}{3}$ □□□□□ $e^{\frac{1}{3}}$ □ $\frac{4}{3}$ □□□□□ e□ $\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$ □□□ $e>2.5$ □ $\left(\frac{4}{3}\right)^{3}<2.5$ □ $\therefore e>\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$ □

$\therefore a>b$□

□□ b□ c□□□□□□ $\ln\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$ □ $\ln\left(\frac{5}{4}\right)^{16}$ □□□

□□ $\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$ □ $\left(\frac{5}{4}\right)^{16}$ □□□ $\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{16}}{\left(\frac{4}{3}\right)^{15}}=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{15}}{\left(\frac{4}{3}\right)^{15}}\cdot\frac{5}{4}=\left(\frac{15}{16}\right)^{15}\frac{5}{4}=\left(\frac{15}{16}\right)^{11}\frac{253125}{262144}<1$ □ $\therefore\left(\frac{5}{4}\right)^{16}<\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$ □

$\therefore 16\ln\frac{5}{4}<15\ln\frac{4}{3}$ □□ $c<b$□ $\therefore c<b<a$□

□□□B□

11□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}\log_2 x-2x,x>0\\ \sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right),-\pi\le x\le 0\end{cases}$ □□□ 2 □□□□□□ ω □□□□□□　□

A□$\left(\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right]$　　　　B□$\left[\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right)$　　　　C□$\left(\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right)$　　　　D□$\left[\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right]$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□ $x>0$ □□ $f(x)=\log_2 x-2x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ $-\pi\le x\le 0$ □□ $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□□□

□□□□□.

□□□□

□□□ $x>0$ □□ $f(x)=\log_2 x-2x$ □ $f'(x)=\frac{1}{x\ln 2}-2$ □□ $f'(x)=0$ □ $x=\frac{1}{2\ln 2}$ □

□□□ $0<x<\frac{1}{2\ln 2}$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)=\log_2 x-2x$ □□□□□

□ $x>\frac{1}{2\ln 2}$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)=\log_2 x-2x$ □□□□□

□□ $x=\frac{1}{2\ln 2}=\frac{1}{\ln 4}<1$ □□ $0<x<1$ □□ $f(x)=\log_2 x-2x<0$ □

□□ $f(x)_{□□□}=f\left(\frac{1}{2\ln 2}\right)<0$ □□□ $x>0$ □□ $f(x)=\log_2 x-2x$ □□□□.

□□□ $-\pi\le x\le 0$ □□ $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□

□□ $-\pi\le x\le 0$ □□ $-\pi\omega+\frac{\pi}{3}\le\omega x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{3}$ □

□□□□ $y=\sin x$ □ $-\pi\omega+\frac{\pi}{3}\le\omega x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□

□□ $-2\pi<-\pi\omega+\frac{\pi}{3}\le-\pi$ □□□ $\frac{4}{3}\le\omega<\frac{7}{3}$

□□□□ ω □□□□□□ $\left[\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right)$

□□□B

12□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{1-4x^2}-ax=2(a>0)$ □□□□□□□□□□□ a □□□□□□□ □

A□$(0,4]$ B□$[2\sqrt{3},+\infty)$ C□$(2\sqrt{3},4]$ D□$[2\sqrt{3},4)$

□□□□C

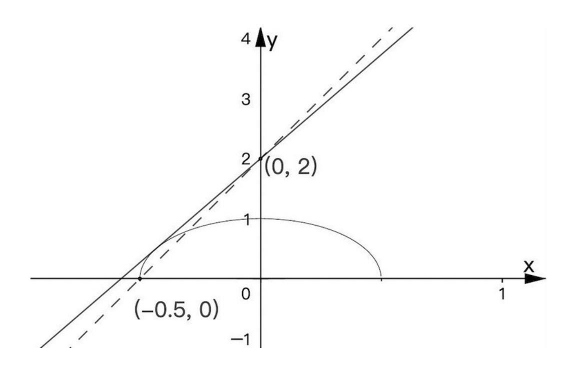
□□□□

□□.

□□□□

□□ $\sqrt{1-4x^2}-ax=2(a>0)$ □□□□□ $y_1=\sqrt{1-4x^2}$ □ $y_2=ax+2(a>0)$ □□□.

□□□ $y^2+4x^2=1$ □□□□□□□□□0□2□□□□□□□□□□□□



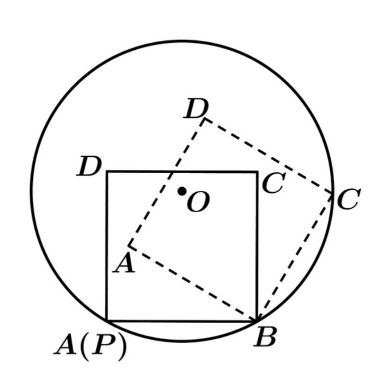
□□□ y_2 □□ $(0,2)$ □ $(-0.5,0)$ □□□□□□□ $a=\frac{2-0}{0-(-0.5)}=4$

□□□ y_2 □□□ $y^2+4x^2=1$ □□□□□□□□□ $\begin{cases} y=ax+2 \\ y=\sqrt{1-4x^2} \end{cases}$ □□ $a>0$ □□□ $a=2\sqrt{3}$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□a□□□□□□ $(2\sqrt{3},4]$,□□ C □□.

□□□C.

13．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□ 2 □□ P □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2 □□□□ $ABCD$ □□□□□□□□□□□□□□A □□ P □□□□ B □□□□□□.□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□□□ P □□□□□□A □□□□□□□□□□□□ □



A□$\left(1-2\sqrt{2}\right)\pi$　　B□$\left(2+\sqrt{2}\right)\pi$　　C□4π　　D□$\left(3+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\pi$

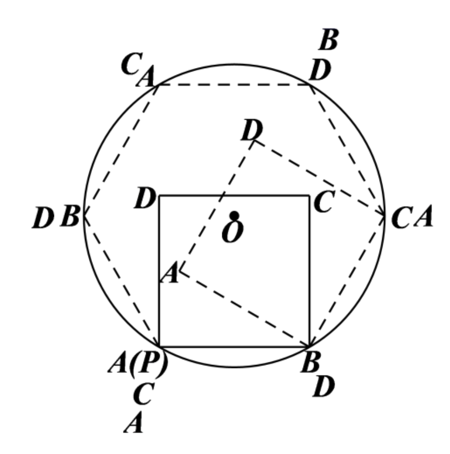
□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□□A □□□□□ P□□□□□□□□□□□3□□□12□□□□□□A □□□□□□A □□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ O□□□□ $r=2$□□□□ $ABCD$□□□□ $a=2$□



□□□□□□□□□□□□□□□$\frac{\pi}{3}$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□A □□□□□ P□□□□□□□□□□□3□□□12□□

□□i□□□□□□A □□□□ m_1□□ $m_1=\frac{\pi}{6}\times|AB|=\frac{\pi}{3}$□ $m_2=\frac{\pi}{6}\times|AC|=\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$□

$m_3=\frac{\pi}{6}\times|AD|=\frac{\pi}{3}$□ $m_4=0$□

□□□□A □□□□□□□ $3\left(m_1+m_2+m_3+m_4\right)=\left(2+\sqrt{2}\right)\pi$.

□□□B.

14□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ □ 12345 □□□□□□□ $(x_i - x_{i+1})(x_{i+1} - x_{i+2}) < 0$ □□□

$i \in \{1,2,3\}$ □□□□□□□□□□“□□”□□“□□”□□□□□□□□　□

A□8　　　　　B□16　　　　　C□24　　　　　D□32

□□□□D

□□□□

□“□□”□□□□□□□□□□□ $x_1 < x_2, x_2 > x_3, x_3 < x_4, x_4 > x_5$ □ $x_1 > x_2, x_2 < x_3, x_3 > x_4, x_4 < x_5$ □□□□□ x_2, x_4 □□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□ $i=1$ □□ $(x_1 - x_2)(x_2 - x_3) < 0$ □□ $i=2$ □□ $(x_2 - x_3)(x_3 - x_4) < 0$ □□ $i=3$ □□ $(x_3 - x_4)(x_4 - x_5) < 0$ □

□□ “□□”□□□□□□ $x_1 < x_2, x_2 > x_3, x_3 < x_4, x_4 > x_5$ □ $x_1 > x_2, x_2 < x_3, x_3 > x_4, x_4 < x_5$ □

□ $x_1 < x_2, x_2 > x_3, x_3 < x_4, x_4 > x_5$ □□ x_2, x_4 □□□□□□□ 4 □ 5 □□ x_1, x_3, x_5 □ 1□2□3 □□□□□□□□□□□“□□”□□□

$A_2^2 \times A_3^3 = 12$ □□ x_2, x_4 □ 3 □ 5 □□□□□ 3 □□□□□□ 1 □ 2□□□ 3 □□□□□□□□□□ 5 □□□□□□□ 4□□□□□□“□□”□□□

$A_2^2 \times A_2^2 = 4$ □□

□□□□ $x_1 < x_2, x_2 > x_3, x_3 < x_4, x_4 > x_5$ □“□□”□□□□ $12 + 4 = 16$ □□

□□□□□ $x_1 > x_2, x_2 < x_3, x_3 > x_4, x_4 < x_5$ □“□□”□□□ 16 □□

□□“□□”□□□□□□□ 32□

□□□D.

15□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ p□$q \in \mathbf{R}^+$□ $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ □□ $\frac{p}{\sqrt{\sin x}} + \frac{q}{\sqrt{\cos x}}$ □□□□□□　□

A□$\left(p^{\frac{3}{5}} + q^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{5}{3}}$　　　B□$\left(p^{\frac{4}{5}} + q^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{5}{4}}$　　　C□$\left(p^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}\right)^{2}$　　　D□$\left(p^{\frac{1}{4}} + q^{\frac{1}{4}}\right)^{4}$

□□□□B

□□□□

□ $f=\frac{p}{\sqrt{\sin x}}+\frac{q}{\sqrt{\cos x}}$□□□□□□□□□□□ $5\ge 5\cdot\frac{\sqrt[5]{p^4}+\sqrt[5]{q^4}}{\sqrt[5]{f^4}}$ □□□□□ f□□□□.

□□□□

□ $f=\frac{p}{\sqrt{\sin x}}+\frac{q}{\sqrt{\cos x}}$□□□ $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□ $0<\sin x<1$□ $0<\cos x<1$□

□□ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$□□□□□□ $5=1+4=1+4\left(\frac{p}{f\sqrt{\sin x}}+\frac{q}{f\sqrt{\cos x}}\right)$

$$=\left(\frac{4p}{f\sqrt{\sin x}}+\sin^2 x\right)+\left(\frac{4q}{f\sqrt{\cos x}}+\cos^2 x\right)$$

$$\ge 5\sqrt[5]{\left(\frac{p}{f\sqrt{\sin x}}\right)^4\cdot\sin^2 x}+5\sqrt[5]{\left(\frac{q}{f\sqrt{\cos x}}\right)^4\cdot\cos^2 x}=5\cdot\frac{\sqrt[5]{p^4}+\sqrt[5]{q^4}}{\sqrt[5]{f^4}}$$ □

□□□ $\sqrt[5]{f^4}\ge\sqrt[5]{p^4}+\sqrt[5]{q^4}=p^{\frac{4}{5}}+q^{\frac{4}{5}}$ □□ $f\ge\left(p^{\frac{4}{5}}+q^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{5}{4}}$ □

□□□□ $\begin{cases}\frac{p}{f\sqrt{\sin x}}=\sin^2 x\\ \frac{q}{f\sqrt{\cos x}}=\cos^2 x\end{cases}$ □□□ $\tan x=\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{2}{5}}$ □□□□□□□

□□□ $\frac{p}{\sqrt{\sin x}}+\frac{q}{\sqrt{\cos x}}$ □□□□□ $\left(p^{\frac{4}{5}}+q^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{5}{4}}$.

□□□B.

16□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ x □□□ $x(|x|+a)=1$ □□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□ □

A□□5　　B□□2　　C□2　　D□3

□□□□A

□□□□

□□□□□□□ $|x|+a=\frac{1}{x}$□□□□□ $y=|x|+a$□ $y=\frac{1}{x}$□□□□□□.

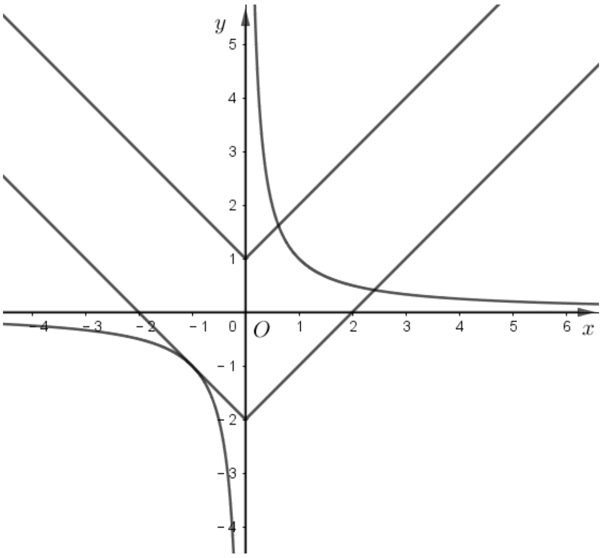
【详解】

因为 $x=0$ 不是方程的解，

所以方程可变形为 $|x|+a=\frac{1}{x}$，

可考虑函数 $y=|x|+a$ 与 $y=\frac{1}{x}$ 的图象共有三个公共点，

如图，



当 $a\geq0$ 时，仅 1 个公共点，不符合；

当 $a<0$ 时，结合图象，由方程 $-x+a=\frac{1}{x}(x<0)$ 有一解，可得 $a=-2$，

所以 $a<-2$ 符合要求.

故选：A

17.（2021·湖北·孝感高中高三阶段练习）函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象与 y 轴交于点 $M(0,-1)$，图象上离 y 轴最近的最高点为 $M(\frac{\pi}{4},2)$，若对 $\forall x_1,x_2\in(-a,a),x_1\neq x_2$，恒有 $f(x_1)\neq f(x_2)$，则实数 a 的最大值为（　）

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{8}$　　D. $\frac{\pi}{12}$

【答案】C

【分析】

由题意先明确 A、φ、ω 的值，进而利用函数的单调性得到实数 a 的最大值.

□□□□

□□□□□ $A=2$□$2\sin\varphi=-1$□$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$□

$\therefore\varphi=-\frac{\pi}{6}$□

□□□□□□□□$\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$□□□$\omega=\frac{8}{3}+8k(k\in Z)$□

□$\frac{T}{4}<\frac{\pi}{4}<\frac{T}{2}$□

□□$2<\omega<4$□□$\omega=\frac{8}{3}$

□□ $f(x)=2\sin(\frac{8}{3}x-\frac{\pi}{6})$□

$\forall x_1,x_2\in(-a,a),x_1\neq x_2$,□□ $f(x_1)\neq f(x_2)$ □□ $f(x)$ □ $(-a,a)$ □□□

□ $f(x)=-2$□□□ y□□□□□□□□□□□$(-\frac{\pi}{8},-2)$,□□□□□□□□□□$(\frac{\pi}{4},2)$□

□ a□□□□□$\frac{\pi}{8}$.

□□□C

18□□2021·□□·□□□□□□□□□$ABCD$□□□□$\sqrt{2}$□□O□□□□□□□P□□O□□□□□□□□$PA^2+PB^2+PC^2+PD^2$□□□□

□

A□8 B□16 C□32 D□□P□□□□□

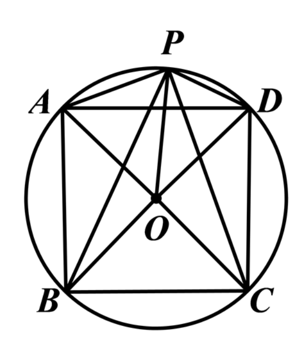
□□□□B

□□□□

□□□□□□□□$PA^2+PB^2+PC^2+PD^2=(PO+OA)^2+(PO+OB)^2+(PO+OC)^2+(PO+OD)^2$□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□



$$PA^2+PB^2+PC^2+PD^2=(PO+OA)^2+(PO+OB)^2+(PO+OC)^2+(PO+OD)^2$$

$$=4PO^2+OA^2+OB^2+OC^2+OD^2+2PO\cdot(OA+OB+OC+OD)=8\times(\sqrt{2})^2=16$$

□□□B

□□□□□

19□□2021·□□□□·□□□□□Look—and—say □□□3□□□□□□□□□□□□“1 □ 3”□□□ 13□□□□□□□□□□□□“1 □ 1□1 □ 3”□□□ 1113□□□□□□□□□□□ 3113□□□□□ 132113□….□ Look—and—say □□ a_n □□□□ 11□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ b_n □□□□□□□□□□□□ □

A□□□ a_n □□□□□ 111221

B□□□ a_n □□□□□□□□□□□□□ 1

C□□□ b_n □□□□□

D□□□ b_n □ 10 □□□□ 160

□□□□AD

□□□□

A.□□□□□□□□□□□B. □□□□ a_n □□□□□□□□□ 1 □□□□□C.□□□□□□□□□□□D.□□□□□□ b_n □□□□□□□□□□□□.

□□□□

$a_1=11$□$a_2=21$□$a_3=1211$□$a_4=111221$□A □□□

□□ a_n □□□□□□□□□□ 1□□□□ a_n □□□□□□□□□□□□ 1□B □□□

□□ $|b_n|$ □11□21□11□21□…□□□□□□□□C □□□

□□□□□□□□ $|b_n|$ □□□□□□□□□□□□□□□11□□□□□□□□□□□□□□21□

□□ 10 □□□□ $11\times5+21\times5=160$ □D □□□

□□□AD□

20□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 2□P□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □

A□□ $AP=2$ □□□ P □□□□□□ 3π

B□□ $AP=C_1P$ □□□ P □□□□□□ 6

C□□□ P □□□ BB_1 □□□□ 1□□□ P □□□□□□ 4

D□□□ P □□□ AA_1 □ BB_1 □CD□□□□□□□□□□□□□□ P □□ 2 □

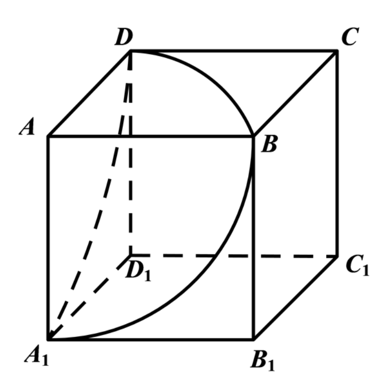
□□□□AD

□□□□

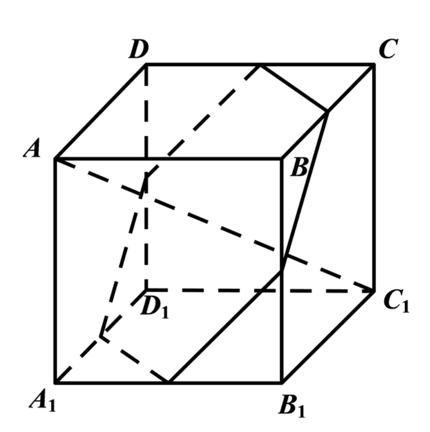
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ A□□□□□ P □□ A □□□□2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2 □□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{3}{4}\times2\pi\times2=3\pi$ □□ A □□□

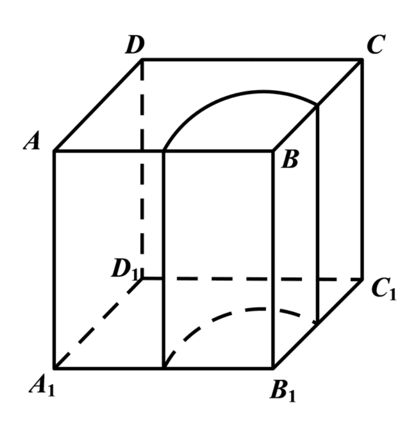


□ B□□□□□ P □□□□ AC_1 □□□□ AC_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□□□□ $6\sqrt{2}$ □□ B □□□



□ C□□□□□ P □□□□ BB_1 □□□□□□□□ 1 □□□ $2\times\frac{1}{4}\times2\pi+4=\pi+4$ □

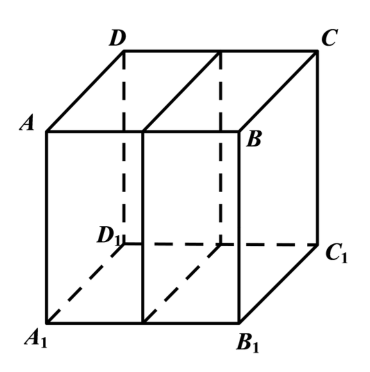
□ C □□□



□ D□□□□□□□ P □ AA_1, BB_1 □□□□□□□ P □□□□ AB, A_1B_1 □□□□□ AB □□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□ $A_1B_1C_1D_1$ □□□□

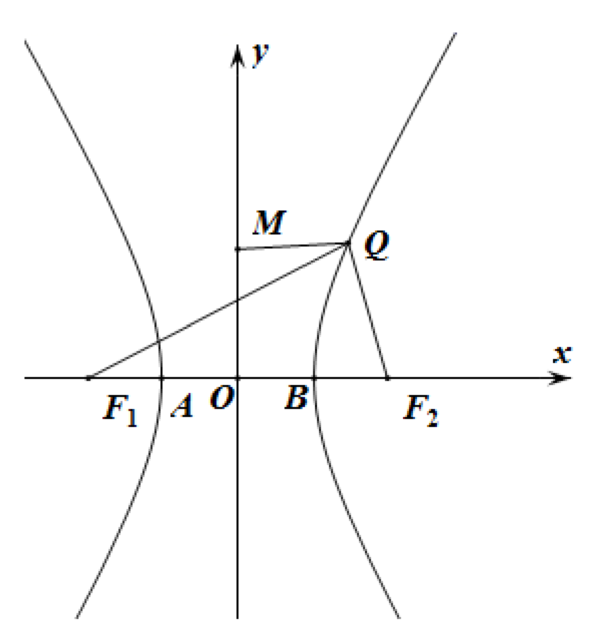
□□□□□□□□□□□□□ P □□ 2 □□□ D □□.

□□□AD.



21□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□□□□□□ $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$ □□□□□□□□□ A, B □□

M□□□□$(0,b)$□Q□□□□□□□□□□□□□□□□（　）



A□□$\triangle MAB$□□□□□□□□□□□□□□□$e=\sqrt{3}$

B□□□□□□□□$e=\sqrt{2}$□□□□QA□□□QB□□□□□1

C□□A,B□□□□□F_1F_2□□□□□□□□□□□□□□

D□$|F_1Q|+|MQ|$□□□□$\sqrt{a^2+2b^2}+2a$

□□□□BD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

A□$\triangle ABM$□□□□□□□□$b=\sqrt{3}a\Rightarrow e=2$□□A□□□

B□$e=\sqrt{2}$□□$\frac{c^2}{a^2}=2\Rightarrow b^2=a^2$□□$Q(x_0,y_0)$□□$\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1\Rightarrow y_0^2=\left(\frac{x_0^2}{a^2}-1\right)\times b^2=\frac{b^2}{a^2}(x_0^2-a^2)$□

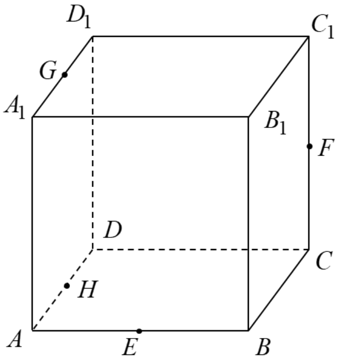
$k_{QA}\cdot k_{QB}=\frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{x_0-a}=\frac{y_0^2}{x_0^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}=1$□□$B$□□□

C: 若 A, B 三等分 F_1F_2，则 $c=3a\Rightarrow \frac{b}{a}=2\sqrt{2}$，而两渐近线垂直时 $\frac{b}{a}=1$，故 C 错误;

D: $|F_1Q|+|MQ|=|F_2Q|+2a+|MQ|\geq|MF_2|+2a=\sqrt{c^2+b^2}+2a=\sqrt{a^2+2b^2}+2a$，故 D 正确，

故选：BD.

22.（2021·河北·高三阶段练习）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2, E, F, G, H$ 分别为 AB, CC_1, A_1D_1, AD 的中点，则下列说法正确的是（　）



A. $A_1H\perp EF$

B. $AB_1\parallel$ 平面 DEF

C. GF 与 AB 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. 点 B_1 到平面 EFG 的距离为 $\sqrt{3}$

【答案】AD

【分析】

根据线线垂直、线面平行、线线角、点面距等知识对选项进行分析，由此确定正确答案.

【详解】

A 选项：取 BC 中点为 M，则易得：$BF\perp B_1M$，故 $BF\perp A_1H$ 与 $AB\perp A_1H$，$BF\cap AB=B$，可得 $A_1H\perp$ 平面 ABF，又 $EF\subset$ 平面 ABF，故 $A_1H\perp EF$，A 正确;

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

B □□□□ $AB_1//$ □□ DEF □□ $DC_1//$ □□ DEF □ DC_1 □□□ DEF □□□□□□□B □□□

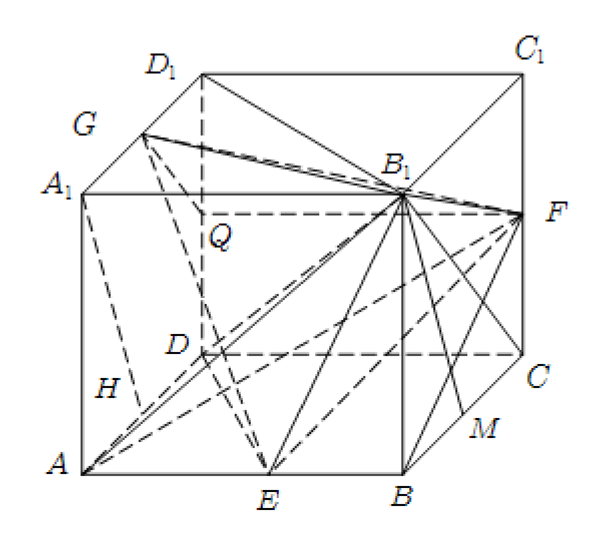
C □□□□ DD_1 □□□ Q □□ $FQ//AB, \angle GFQ$ □□□□□ $\tan\angle GFQ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□ $\cos\angle GFQ=\frac{\sqrt{6}}{3}$ □D □□□

D □□□□□□ B_1-EFG □□ $EF=FG=GE=\sqrt{6}, B_1E=B_1F=B_1G=\sqrt{5}$ □

□□□□□ EFG □□□□□□□ $R=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{2}$ □

□□ B_1 □□□ EFG □□□□ $\sqrt{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$ □D □□.

□□□AD



23□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin|x|+|\cos x|$ □□□□□□□□□□□ □

A□ $f(x)$ □□□□　　　　B□ $f(x)$ □□□□□ -1

C□ $f(x)$ □ $[-2\pi,2\pi]$ □□ 4 □□□　　　　D□ $f(x)$ □□□ $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ □□□□

□□□□ABC

□□□□

□ A□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B□□□□□ $0\le|\cos x|\le1$ □ $-1\le\sin|x|\le1$ □□ $x=\frac{3\pi}{2}$ □ $\sin|x|+|\cos x|=-1$ □□□□□□□□

C□□ $x\in[0,2\pi]$ □□ $f(x)=\begin{cases}\sin x+\cos x, 0\le x\le\frac{\pi}{2}\\ \sin x-\cos x, \frac{\pi}{2}<x\le\frac{3\pi}{2}\\ \sin x+\cos x, \frac{3\pi}{2}<x\le 2\pi\end{cases}$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D□□

$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ □□ $f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ A□□□ $f(-x)=\sin|-x|+|\cos(-x)|=\sin|x|+|\cos x|=f(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ A □□□

□ B□□□ $0\le|\cos x|\le1$ □ $-1\le\sin|x|\le1$ □□□ $\sin|x|+|\cos x|\ge-1$ □□ $x=\frac{3\pi}{2}$ □ $\sin|x|+|\cos x|=-1$ □□□ $f(x)$ □□□□□ -1 □□□□ B □□□

□ C□□ $x\in[0,2\pi]$ □□ $f(x)=\begin{cases}\sin x+\cos x, 0\le x\le\frac{\pi}{2}\\ \sin x-\cos x, \frac{\pi}{2}<x\le\frac{3\pi}{2}\\ \sin x+\cos x, \frac{3\pi}{2}<x\le 2\pi\end{cases}$ □□ $f(x)=0$ □□□ $x=\frac{5\pi}{4}$ □ $\frac{7\pi}{4}$ □

□□ A □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□ $[-2\pi,0]$ □□□□□□□ $-\frac{5\pi}{4}$ □ $-\frac{7\pi}{4}$ □□□□□ $f(x)$ □□□ $[-2\pi,2\pi]$ □□ 4 □□□□□□□

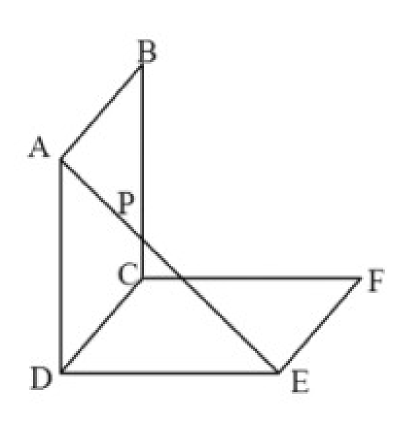
C □□□

□ D□□ $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ □□ $f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ □

□□ $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ □□□ $\frac{\pi}{4}<x-\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{4}$ □□ $y=\sin x$ □ $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□□□ $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$ □□□□□□□□□ D □□.

□□□ABC.

24□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□ $DEFC$ □□□□ 1□□□ $ABCD$ □□□ $DEFC$ □□□□□ P □ AE □□□□□□□□□ □



A□ CP□□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B□□ P□□□ AE□□□□□□□□ $D-BPF$□□□□□

C□ $PD+PF$□□□□□ $\sqrt{2-\sqrt{2}}$

D□□□□ $A-DCE$□□□□□□□ 3π

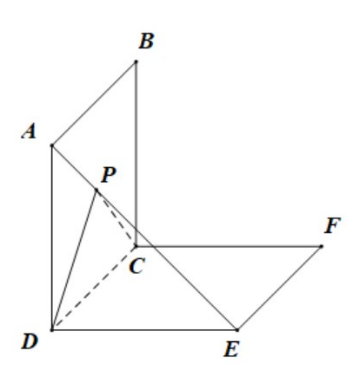
□□□□BD

□□□□

□□□□ $CP=\sqrt{DP^2+CD^2}$ □□□□A□□□□□□□△PBF□□□□□□D□□□ PBF□□□□□□□□□□ B□□△ADE□□□□□□ $ABFE$□□□□□□□ C□□□□□□□□□□□□ D.

□□□□

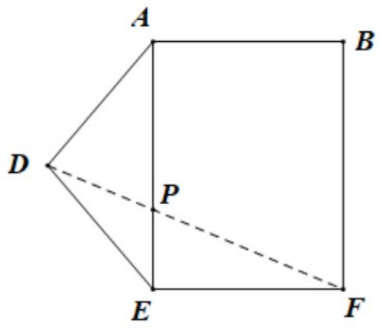
□□ A□□□ DP, CP□□□ $CP=\sqrt{DP^2+CD^2}=\sqrt{DP^2+1}\ge\sqrt{\frac{1}{2}+1}=\frac{\sqrt{6}}{2}$ □□ A □□□



□□ B□P□□□ AE□□□□□△PBF□□□□□□D□□□ PBF□□□□□□□□□□□□ $D-BPF$□□□□□□□ B □□□

□□ C□□□□□□△ADE□□□□□□□ $ABFE$□□□□□□ D□P□F□□□□□□□ $PD+PF$ □□□□□ $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)^2}=\sqrt{2+\sqrt{2}}$□

□ C □□□



对于 D，将该几何体补成正方体，则外接球半径为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，外接球表面积为 3π，故 D 正确.

故选：BD.

25.（2021·江苏·南京市中华中学高三阶段练习）已知曲线 C：$\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}=3$，以下判断正确的是（　　）

A. 曲线 C 与 y 轴交点为 $(0,\ \pm 2)$

B. 曲线 C 关于 y 轴对称

C. 曲线 C 上的点的横坐标的取值范围是 $[-2,\ 2]$

D. 曲线 C 上点到原点的距离最小值为 $\sqrt{2}$

【答案】BCD

【分析】

A、令 $x=0$，代入求 y 即可确定与 y 轴交点；B、以 $-x$ 替换 x，代入方程验证方程是否不变即可；C、由 $y^2\geq 0$ 放缩原方程有 $(x^2-1)^2\leq 9$，即可求横坐标的取值范围；D、利用基本不等式可得 $x^2+y^2\geq 2$，即可知曲线 C 上点到原点的距离最小值.

【详解】

A：令 $x=0$，得 $\sqrt{y^2+1}\cdot\sqrt{y^2+1}=3$，即 $y^2+1=3$，

解得 $y=\pm\sqrt{2}$，即曲线 C 与 y 轴交点为 $(0,\pm\sqrt{2})$，错误；

B：在 $C:\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}=3$ 中，以 $-x$ 替换 x，

可得 $\sqrt{(-x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(-x-1)^2+y^2}=3$，

即为 $\sqrt{(x-1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x+1)^2+y^2}=3$，则曲线 C 关于 y 轴对称，正确；

C：由 $y^2\geq 0$，则 $3=\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}\geq\sqrt{(x+1)^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2}$，

即 $(x^2-1)^2\leq 9$，所以 $-3\leq x^2-1\leq 3$，解得 $-2\leq x\leq 2$，

即曲线 C 上的点的横坐标的取值范围是 $[-2,2]$，正确；

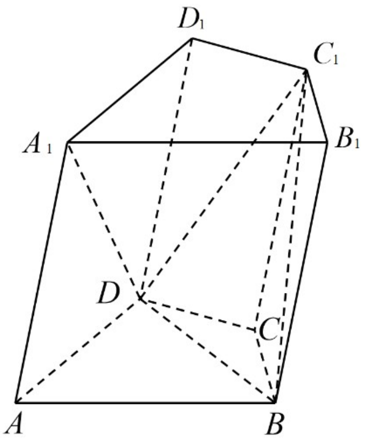
D：由 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}=3$，根据基本不等式得 $x^2+y^2+1\geq 3$，

则 $x^2+y^2\geq 2$，则曲线 C 上点到原点的距离 $\sqrt{x^2+y^2}\geq\sqrt{2}$，正确；

故选：BCD.

26.（2021·江苏·姜堰中学高三阶段练习）如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$|AC_1|=\sqrt{3}$，$|BD|=1$，直线 AC_1 与 BD 所成的角为 $60°$，

$|AA_1|=2\sqrt{2}$，三棱锥 A_1-BC_1D 的体积为 $\frac{1}{2}$，则（　）



A. 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面积为 $\frac{3}{4}$

B. 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{3}{2}$

C. 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧棱与底面所成的角为 $45°$

D. 三棱锥 A_1-ABD 的体积为 $\frac{1}{2}$

【答案】ABC

□□□□

□□A□□ $S_{□□□ABCD}=\frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\cdot\sin60^\circ$ □□□□□

□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $3:1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□ h □□□□□□□□□□□□□□ α □□□□

$h=\sin\alpha\cdot|AA_1|$ □□□□ α □□□□□□□

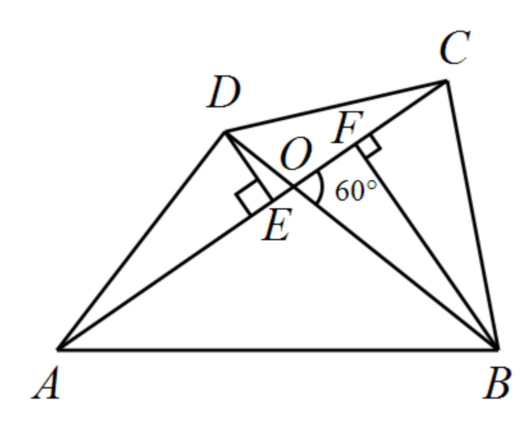
□□D□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□A□□□□ AC □BD□O□∵ $AA_1\parallel CC_1, |AA_1|=|CC_1|$ □∴□□□ AA_1C_1C □□□□□□□

∴ $|AC|=|A_1C_1|=\sqrt{3}$ □ $AC\parallel A_1C_1$ □∴ AC □ BD □□□□ 60° □

□□□□ D □ $DE\perp AC$ □ E□□ B □ $BF\perp AC$ □ F□



□ $S_{□□□ABCD}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|AC|\cdot|DE|+\frac{1}{2}|AC|\cdot|BF|$

$=\frac{1}{2}|AC|(|OD|\sin60^\circ+|OB|\sin60^\circ)=\frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\sin60^\circ=\frac{3}{4}$ □□□□A□□□

□□B□□□□□□□□ h□

□ $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}$ □ $V_{A_1-ABD}+V_{A_1-BC_1D}+V_{D-A_1C_1D_1}+V_{C_1-BCD}+V_{B-A_1B_1C_1}$

$=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle ABD}\cdot h+V_{A_1-BC_1D}+\frac{1}{3}S_{\triangle A_1D_1C_1}\cdot h+\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot h+\frac{1}{3}S_{\triangle A_1B_1C_1}\cdot h$

$=\frac{1}{3}\cdot S_{ABCD}\cdot h+\frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1D_1}\cdot h+V_{A_1-BC_1D}$

$=\frac{2}{3}V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}+V_{A_1-BC_1D}$

$\therefore V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}=3V_{A_1-BC_1D}=\frac{3}{2}$

故选项 B 正确;

选项 C：设四棱柱的高为h，由选项 B 可知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{3}{2}=S_{ABCD}\cdot h$，所以 $h=2$，设侧棱与底面夹角为α，则

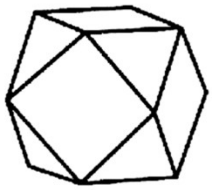
$\sin\alpha=\frac{h}{|AA_1|}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \alpha=45^{\circ}$，故选项 C 正确;

选项 D：由 C 选项可知三棱锥 A_1-ABD 的高为 2，因为四边形 $ABCD$ 的形状不确定，故三棱锥 A_1-ABD 的底面 ABD 的面积不为定值，故体积无法确定，

故选项 D 不正确.

故选：ABC.

27.（2021·江苏·高三阶段练习）20 世纪 50 年代，人们发现利用静态超高压和高温技术，通过石墨等碳质原料和某些金属反应可以人工合成金刚石．人工合成金刚石的典型晶态为立方体(六面体)、八面体和立方八面体以及它们的过渡形态．其中立方八面体(如图所示)，它是将立方体“切”去 8 个“角”后得到的几何体．已知一个立方八面体的棱长均为 1，则（　）



A．它有 24 条棱、12 个顶点、14 个面

B．它的任意两条不共面的棱所在直线都相互垂直

C．它的体积为 $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

D．它的任意两个共棱的面所成的二面角都相等

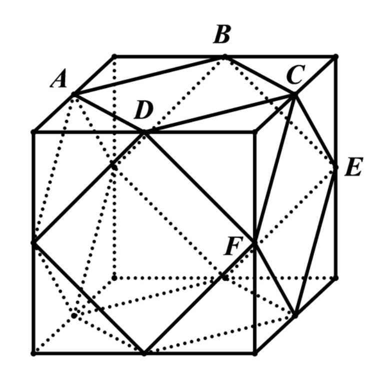
【答案】ACD

【分析】

如图，将立方八面体补成正方体，结合正方体的性质分析判断即可

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ 12 □□□□14 □□□24 □□□A □□□



□□ B□□□□ AB□ DF□□□□□ AB□ DF□60° □□B □□

□□ C□□□□□□□□□ $V=(\sqrt{2})^3-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\times 8=\frac{5\sqrt{2}}{3}$ □C □□□

□□ D□□□□□□□□□□□□□

□□□ACD□

28□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ y^2□$4x$□□□□ F□l_1□l_2 □□ F □□□□□□□□□□□□ k_1□k_2□□□□□□□□□□ A□B □□□ C□D □□□□ A□B □□□□□□□□□□□ P□□ C□D □□□□□□□□□□□ Q□□□　□

A□□ AB □□□□□□□ 4□□ $k_1=2$

B□□ k_1k_2□□1□□ AB□CD □□□□□ 16

C□P □□□ AB □□□□□□

D□□ k_1k_2□1□□ $FP\cdot FQ$ □□□8

□□□□BCD

□□□□

□□□□ AB □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ k_1 □□□□□ A □□□□□□.□□□□□□□□ $AB+CD$ □□□□□□□□□□ $AB+CD$ □

□□□□□□□□□ B □□□□□□.□□□□ $k_{AP}\cdot k_{BP}$ □□□□□ C □□□□□□.□□□□ $FP\cdot FQ$ □□□□□ D □□□□□□.

□□□□

□□ A□□ AB□□□ $x=\frac{1}{k_1}y+1$ □ $A(x_1,y_1)$ □ $B(x_2,y_2)$ □ AB□□ $M(x_0,y_0)$

$\begin{cases} x=\frac{1}{k_1}y+1 \\ y^2=4x \end{cases} \Rightarrow y^2-\frac{4}{k_1}y-4=0 \Rightarrow y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2}{k_1}=4 \Rightarrow k_1=\frac{1}{2}$，A □.

□□ B□□□□□ $AB=\sqrt{1+\frac{1}{k_1^2}}|y_1-y_2|=\sqrt{1+\frac{1}{k_1^2}}\cdot\sqrt{\frac{16}{k_1^2}+16}=4\left(1+\frac{1}{k_1^2}\right)$□ $k_1k_2=-1$，$\therefore k_2=-\frac{1}{k_1}$，$\therefore CD$□□□□□□ AB□

□ k_1 □□ $-\frac{1}{k_1}$ □$\therefore CD=4(1+k_1^2)$，$\therefore AB+CD=\frac{4}{k_1^2}+4k_1^2+8\geq 2\sqrt{16}+8=16$，

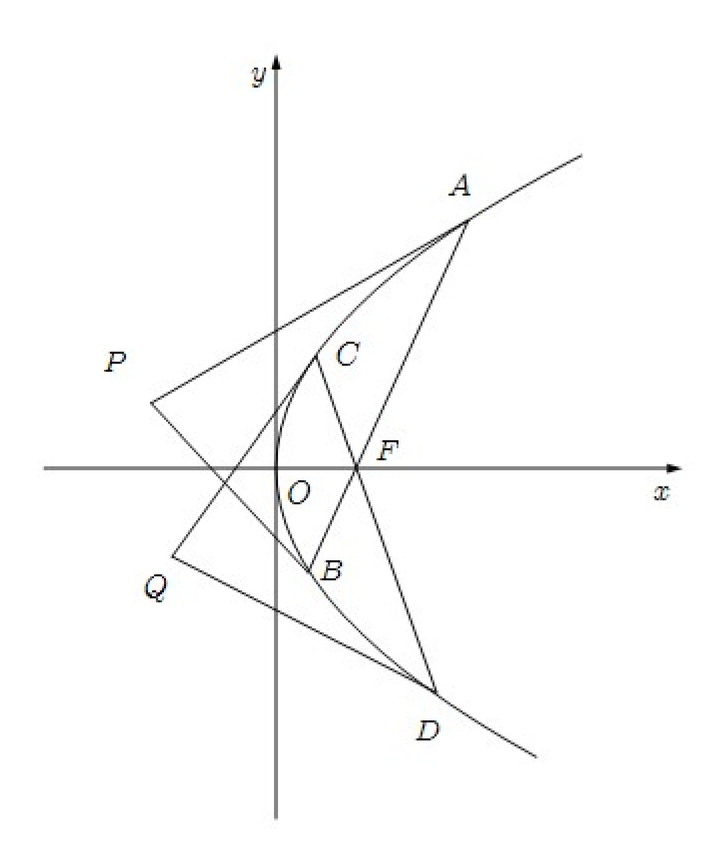
□□□□ $k_1=\pm 1$ □□“□”，B □□□

□□ C□□□□□ A □□□□□□□□ $y_1y=4\cdot\frac{x+x_1}{2}\Rightarrow 2x-y_1y+2x_1=0\Rightarrow y_P=\frac{y_1+y_2}{2}$，$x_P=\frac{y_1y_2}{4}$，

□□□□ B □□□□□□□□ $2x-y_2y+2x_2=0$ □□ $P\left(-1,\frac{2}{k_1}\right)$ □□□ $Q\left(-1,\frac{2}{k_2}\right)$ □□ $k_{AP}\cdot k_{BP}=\frac{4}{y_1y_2}=-1$，$PA\perp PB$，$\therefore$C □□□

□□ D□ $\vec{FP}=\left(-2,\frac{2}{k_1}\right)$，$\vec{FQ}=\left(-2,\frac{2}{k_2}\right)$，$\therefore \vec{FP}\cdot\vec{FQ}=4+\frac{4}{k_1k_2}=8$ □□□□D □□□

□□□BCD



29□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

第 1 行	1	2								
第 2 行	1	3	2							
第 3 行	1	4	3	5	2					
第 4 行	1	5	4	7	3	8	5	7	2	
…	…									
第 n 行	1	x_1	x_2	…	…	…	…	…	…	…
x_k	2									

□□□□□□□□ n □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $n+1$ □□□□ $n\in \mathbf{N}^*$.□□ n □□□□□□ a_n □□ n □□□□□□□□ S_n □□□（　）

A□ $a_{n+1}=2a_n-1$　　　　B□ $S_{n+1}=3S_n-3$

C□ $S_n=3\left[(n-1)^2+1\right]$　　　　D□ $k=2^{n-1}-1$

□□□□ABD

□□□□

□□□□ $a_n+a_n-1=2a_n-1$ □□□□A□□□□□ a_n □□□D□□ $S_1=3$ □ $S_2=6$ □ $S_3=15$ □ $S_4=42$ □ $S_5=123$ □□□B□C.

□□□□

□ n □□□□ a_n □□ n □□□□ $a_n+a_n-1=2a_n-1$ □∴ $a_{n+1}=2a_n-1$ □A □□

$S_1=3$ □ $S_2=6$ □ $S_3=15$ □ $S_4=42$ □ $S_5=123$ □□ B □ C □□

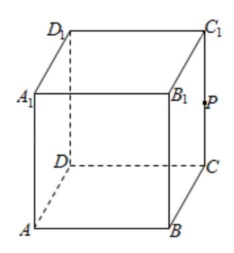
$a_{n+1}=2a_n-1$ □∴ $a_{n+1}-1=2a_n-2=2(a_n-1)$ □∴ $\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=2$ □

∴ $\{a_n-1\}$ □ 2 □□□□□□□□∴ $a_n-1=2^{n-1}$ □∴ $a_n=2^{n-1}+1$ □∴ $k=2^{n-1}-1$ □D □□

□□□ABD

30□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 1□□ P □□ CC_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□（ ）



A□□□□ P □□ $DP//$ AB_1D_1 □

B□□□□ $P-BB_1-D$ □□□□□ 60°

C□ $PB+PD_1$ □□□□□ $\sqrt{5}$

D□ P □□□ AB_1D_1 □□□□□□□ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

□□□□BD

□□□□

□ P □ C_1 □□□□□ $DP\parallel AB_1D_1$ □ □A □□□□□□ $P-BB_1-D$ □□□□□ $\angle CBD=45^\circ$ □B □□□ $PB+PD_1\geq BD_1$ □C □□□□ P □

C□□□□□P□□□ AB_1D_1 □□□ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □D □□□□□□□.

□□□□

□ P □ C_1 □□□□□ $DP\parallel AB_1$ □ $AB_1\subset$ □□ AB_1D_1 □ $DP\not\subset$ □□□ AB_1D_1 □ $DP\parallel$ □ AB_1D_1 □A □□□

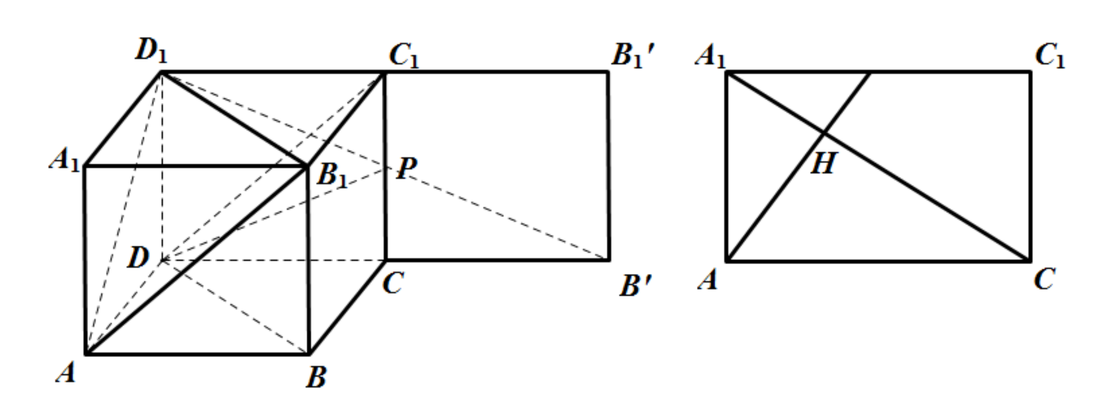
□□□ $P-BB_1-D$ □□□□ $C-BB_1-D$ □□□□□ $\angle CBD=45^\circ$ □B □□□

□□□□□ $PB+PD_1=PB+PD_1\ge BD_1=\sqrt{5}$ □□ D_1,P,B □□□□□□□□C □□□

$D_1B_1\perp A_1C_1$ □ $D_1B_1\perp C_1C$ □□ $D_1B_1\perp$ □□ A_1C_1C □□ $D_1B_1\perp AC$ □□□□□ $AC_1\perp$ □□ D_1B_1A □□ AC_1 □□□ D_1B_1A □ H □

□ $AH=AC\cos\angle ACA_1=AC\cdot\frac{AC}{A_1C}=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □□ P □ C □□□□□P□□□ AB_1D_1 □□□ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □D □□.

□□□BD.



31□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2+\sin x$ □□□□□□□□□□□（ ）

A□ $f(x)$ □□□□□□□

B□□ $g(x)=f(x)\cdot f(-x)$ □□ $g(x)$ □ $f(x)$ □□□□□□

C□ $f(x)$ □ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□□□□

D□ $f(x)$ □□□□□□□□

□□□□ACD

□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(0)>0$□ $f\left(-\frac{1}{2}\right)<0$ □□□□□ $x_0\in\left(-\frac{1}{2},0\right)$ □□□ $f(x_0)=0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□

$g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□ D.

□□□□

□□□□□□ $f'(x)=2x+\cos x$□ $f''(x)=2-\sin x>0$□□□ $f'(x)=2x+\cos x$□$\mathbf{R}$□□□□□□□□ $x=0$□□ $f'(0)=1>0$ □□

$x=-\frac{1}{2}$□□ $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=-1+\cos\frac{1}{2}<0$ □□□□□□ $x_0\in\left(-\frac{1}{2},0\right)$ □□□ $f'(x_0)=0$□□□□□ $f(x)=x^2+\sin x$□$(-\infty,x_0)$ □□□□□□

□$(x_0,+\infty)$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□A □□□

□□ $f(-x)=x^2-\sin x$□□□ $g(x)=f(x)\cdot f(-x)=x^4-\sin^2 x$□□□ $g'(x)=4x^3-2\sin x\cos x=4x^3-\sin 2x$□□□

$g'(0)=0$ □□ $g(x)$ □□□□□□□□ 0□□□ $g(x)$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□□□B □□□

□□ $y=x^2$□ $y=\sin x$□$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2+\sin x$□$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□□□□□□C □□□

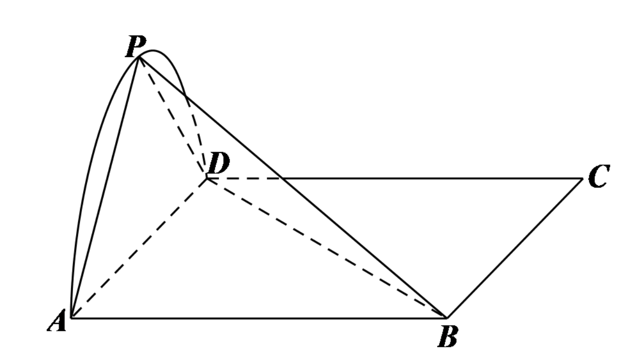
□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ x_0□ $x_0\in\left(-\frac{1}{2},0\right)$ □□ $f(0)=0$□□□ $f(x)$ □$(-\infty,x_0)$ □$(x_0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□

□D □□□

□□□ACD□

32□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□ 4 □□□□□□□□□ $APD\perp$□□ $ABCD$□□ P□□□□ AD (□□

A□D □)□□□□□□□□□□□□□□□　□



A．□□□□ $P—ABD$ □□□□□□□□□□□□□□□□

B．□□□□ $P—ABD$ □□□□□□□ $\frac{8}{3}$

C．□□□□ $P—ABD$ □□□□□□□□□□ 32π

D．□□□ PB □□□ $ABCD$ □□□□□□□□□□ $\frac{\sqrt{30}}{6}$

□□□□AC

□□□□

□□ A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $AB\perp AP$ □□□□□□□□□□□□ $\angle APD=90^\circ$ □ $AB\perp AD$ □ $\angle BPD=90^\circ$ □□□□□□□

□□ B□□□ P □□□□ AD □□□□□□□□ $P—ABD$ □□□□ $S_{\triangle PAD}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ C□□ BD □□□ O□□□□ O □□□□ $P—ABD$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ D□□□ P □ $PH\perp AD$ □ H□□□ HB□□□ $\angle PBH$□□□□ PB □□□ $ABCD$ □□□□□□□□□□ $AH=x$□□□

$\sin^2\angle PBH=\frac{PH^2}{PB^2}=\frac{x(4-x)}{16+4x}=-\frac{1}{4}\left(\frac{x^2-4x}{x+4}\right)$ □□ $x+4=t$□□□□□□□□□□ $\sin^2\angle PBH\le 3-2\sqrt{2}$ □□□□□□.

□□□□

□□□□ A□□□□□ $ABCD$ □□□□ 4 □□□□□□□□ $AB\perp AD$□

□□□□ $APD\perp$□□ $ABCD$□□□□ $APD\cap$□□ $ABCD=AD$□□□ $AB\perp$□□□ APD□□□ $AB\perp AP$□□□ $\triangle APB$□□□□□□□

$PB^2=AP^2+AB^2$ □

□□ AD □□□□□□□□ $\angle APD=90^\circ$ □□□ $\triangle APD$ □□□□□□□ $PD^2=AD^2-AP^2$ □

□□ $AB\perp AD$□□□ $\triangle ADB$□□□□□□□ $BD^2=AD^2+AB^2$ □

□□□$\triangle PDB$□□ $PB^2+PD^2=(AP^2+AB^2)+(AD^2-AP^2)=AD^2+AB^2=BD^2$ □□□$\angle BPD=90$ □□□$\triangle BPD$□□□□□□□

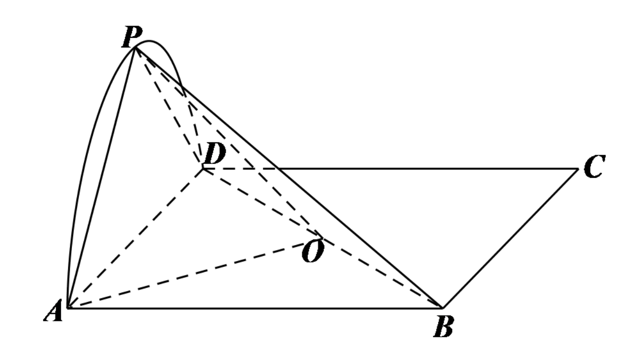
□□□□□ *P—ABD* □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□

□□ B□□□□□ *P—ABD* □□ $AB\perp$ □□□ APD □□□ *AB* □□□□ *P—ABD* □□□□□ *P* □□□ AD □□□□□□□□ *P—ABD* □□

□□ $S_{\triangle PAD}$□□□□□□□□□ *P—ABD* □□□□□□□□$\frac{1}{3}\times4\times\frac{1}{2}\times4\times2=\frac{16}{3}$ □□ B □□□□

□□ C□□ *BD* □□□ *O*□□ A □□□□□□ $OA=OB=OP=OD=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{2}$ □□□□ *O* □□□□ *P—ABD* □□□□□□□□□□□□□

P—ABD □□□□□□□□ $4\pi\times(2\sqrt{2})^2=32\pi$ □□ C □□□



□□ D□□□ *P* □ $PH\perp AD$ □ H □□□ *HB*□

□□□□ $APD\perp$ □□ *ABCD*□□□□ $APD\cap$ □□ $ABCD=AD$□□□ $PH\perp$ □ $ABCD$□

□□ *BH* □□ *PB* □□ $ABCD$ □□□□□□□$\angle PBH$□□□□ *PB* □□□ *ABCD* □□□□□□□□□

□ $AH=x$□□ $0<x<4$□ $DH=4-x$□□□□□□□□$\triangle APD$□□ $PH^2=AH\cdot DH=x(4-x)$ □

$PD^2=DH\cdot AD=4(4-x)$ □

□□ $PB^2=BD^2-PD^2=(4\sqrt{2})^2-4(4-x)=16+4x$□

□□ $\sin^2\angle PBH=\frac{PH^2}{PB^2}=\frac{x(4-x)}{16+4x}=-\frac{1}{4}\left(\frac{x^2-4x}{x+4}\right)$□

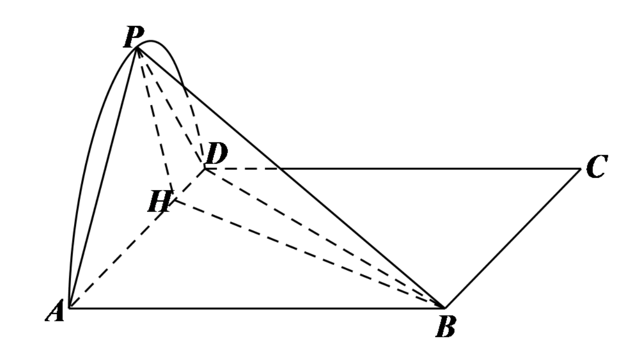
□ $x+4=t$□□ $x=t-4$□□ $4<t<8$□□□ $\frac{x^2-4x}{x+4}=\frac{(t-4)^2-4(t-4)}{t}=\frac{t^2-12t+32}{t}=t+\frac{32}{t}-12$□

□$t+\frac{32}{t}\ge 2\sqrt{t\cdot\frac{32}{t}}=8\sqrt{2}$□□□□□$t=\frac{32}{t}$□□$t=4\sqrt{2}$□□□$4<t<8$□□□□□□□

□□$t+\frac{32}{t}-12\ge 8\sqrt{2}-12$□□□$\sin^2\angle PBH=-\frac{1}{4}\left(\frac{x^2-4x}{x+4}\right)\le-\frac{1}{4}\left(8\sqrt{2}-12\right)=3-2\sqrt{2}$□

□□$\sin\angle PBH\le\sqrt{2}-1$□□□□$PB$□□□$ABCD$□□□□□□□□□□$\sqrt{2}-1$□□D□□□□

□□□AC.



33□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□xOy□□□□□$x+y-2=0$□□□□P□□O□$x^2+y^2=1$□□□□□□□□

□□□A□B□□□□□□□□□□□　□

A□□□□□$OAPB$□□□□□□□P□□□□$(1,1)$

B□$|PA|$□□□□□□$[1,+\infty)$

C□$\angle APB$□□□□□□

D□□$\triangle PAB$□□□□□□□□□P□□□□$(2,0)$

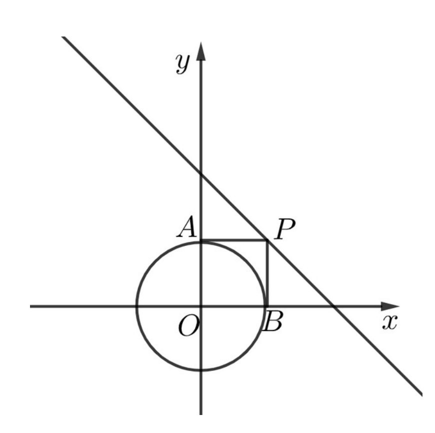
□□□□ABC

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□$|OP|$□□□□□□□□□□□□□□□□□$|PA|$□$\angle APB$□□□□□□□□□ABC□□□□□□□□□P□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□P□□□□□□□□D□□□.

□□□□



O□□□ $x+y-2=0$ □□□□ $\frac{|0+0-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ □□ OP □□□□□ $x+y-2=0$ □□□□□□ $P(1,1)$ □□□ $|OP|=\sqrt{2}$ □□□□□ P □□□

□□□ $|OP|$ □□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□ OP □□□□□ $x+y-2=0$ □□□□□□□□□□□□□□□□ P □□ $|OP|\geq\sqrt{2}$ □□□ $|OA|=1$ □□□

$\sin\angle APO=\frac{1}{|OP|}\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□□ $\angle APO\leq\frac{\pi}{4}$ □□□ $\angle BPO\leq\frac{\pi}{4}$ □□□ $\angle APB\leq\frac{\pi}{2}$ □ $\frac{|AO|}{|PA|}=\tan\angle APO\leq 1$ □□ $|PA|\geq 1$ □□

$|PA|=\frac{1}{\tan\angle APO}$ □ $\angle APO$ □□ 0 □□ $|PA|$ □□ $+\infty$ □□ $|PA|$ □□□□□□ $[1,+\infty)$ □□□□□ $OAPB$ □□□□□□

$|PA|=|PB|=|OA|=|OB|=1$ □□□□ $|OP|=\sqrt{2}$ □□ P □□□□□□□ $(1,1)$ □□ A□B□C □□□□ $\triangle PAB$ □□□□□□□□ $\angle APO=\frac{\pi}{6}$ □

□□ $|OP|=2$ □□ $P(x,y)$ □□□□ P □□□ $x+y-2=0$ □□□ $\sqrt{x^2+(2-x)^2}=4$ □□□ $x=0$ □ $x=2$ □□ $P(2,0)$ □ $P(0,2)$ □□

D □□.

□□□ABC.

□□□□

□□□

34□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □□□□ $f(x)$ □□ $f(x+2)+f(2-x)=0$ □ $f(x)+f(-x)=0$ □□□□□

$[2,3]$ □□□□□.□□□□□□□□□□（　）

A□ $f(-1)$ □□□ $f(x)$ □□□□ B□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ $(6,0)$ C□ $f(x_0+16)=f(x_0-12)$

D□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□ $x=1$

□□□□BC

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□ R,□ $f(x)+f(-x)=0$ □□□□□ $f(x)$ □□□□.

□ $f(x+2)+f(2-x)=0$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□ $(2,0)$ □□.

□□□□□□□□□□□□□□ D □□.

□ $f(x)$ □□□ $[2,3]$ □□□□□□ $\therefore f(x)$ □□□ $[1,2]$ □□□□□.

□□ $f(x)$ □□□□□ $\therefore f(x)$ □□□ $[-2,-1]$ □□□□□□□ $f(-1)$ □□□□ $f(x)$ □□□□. □□□□A □□.

□ $f(x+2)+f(2-x)=0$ □□ $f(x+2+2)+f(2-(x+2))=f(x+4)+f(-x)=0$,

□ $f(x+4)=-f(-x)=f(x)$, $\therefore f(x)$ □□□4. $\therefore f(x+12)=f(x)=-f(-x)$,

$\therefore f(x+6)=-f(6-x)$□ $f(x+6)+f(6-x)=0$□

$\therefore f(x)$ □□□□□□□□□□□□ $(6,0)$,□□B□□.

□ $f(x+4)=f(x)$ □□ $f(x+16)=f(x)$, $f(x-12)=f(x)$, $\therefore f(x_0+16)=f(x_0-12)$.□□C□□.

□□BC.

35□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_1>1$, $a_n a_{n+1}=\frac{3a_{n+1}-a_n}{a_{n+1}-3a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$ □□ $a_1+a_2+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=10$ □□

$S_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2, T_n=\frac{1}{a_1^2}+\frac{1}{a_2^2}+\cdots+\frac{1}{a_n^2}$ □□□□□□□□□□□ （ ）

A□ $a_1=2$

B．□□ $\{a_n\}$ □□□□

C．$S_n+T_n=\frac{25}{32}(9^n-1)-2n$

D．□ $\frac{1}{2}(S_n+T_n)$ □□□□□□□ n □□□□□ 8

□□□□ABC

□□□□

□□ $a_{n+1}-3a_n=\frac{3a_{n+1}-a_n}{a_na_{n+1}}=\frac{3}{a_n}$ □□ $\left\{a_n+\frac{1}{a_n}\right\}$ □□□□ 3 □□□□□□□□ $a_1+a_2+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=10$ □□ a_1 □□□□□□□□ A□□□

$a_n^2-\frac{5}{2}\cdot 3^{n-1}a_n+1=0,\quad a_n=\frac{\frac{5}{2}\cdot 3^{n-1}+\sqrt{\frac{25}{4}\cdot 3^{n-2}-4}}{2}\quad (a_1>1)$ □□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□

□□ D □□.

□□□□

□□ $a_1>1,\quad a_na_{n+1}=\frac{3a_{n+1}-a_n}{a_{n+1}-3a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$

$\therefore a_{n+1}-3a_n=\frac{3a_{n+1}-a_n}{a_na_{n+1}}=\frac{3}{a_n}$

$\therefore a_{n+1}+\frac{1}{a_{n+1}}=3\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)$

□ $\left\{a_n+\frac{1}{a_n}\right\}$ □□□□ 3 □□□□□.

$\therefore a_1+a_2+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=4\left(a_1+\frac{1}{a_1}\right)=10$

$2a_1^2-5a_1+2=0,\quad a_1=2$ □ $\frac{1}{2}$ □□ $a_1>1$ □□□ $a_1=2$ □A □□□

$a_n^2-\frac{5}{2}\cdot 3^{n-1}a_n+1=0,\quad a_n=\frac{\frac{5}{2}\cdot 3^{n-1}+\sqrt{\frac{25}{4}\cdot 3^{n-2}-4}}{2}\quad (a_1>1)$

□□□□□□□□□□□ $|a_n|$ □□□□□□ B □□□

□ $S_n+T_n=a_1^2+\frac{1}{a_1^2}+a_2^2+\frac{1}{a_2^2}+\cdots+a_n^2+\frac{1}{a_n^2}$

$=\left(a_1+\frac{1}{a_1}\right)^2+\left(a_2+\frac{1}{a_2}\right)^2+\cdots+\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)^2-2n$

$=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\cdot 3\right)^2+\left(\frac{5}{2}\cdot 3^2\right)^2+\cdots+\left(\frac{5}{2}\cdot 3^{n-1}\right)^2-2n$

$=\frac{25}{4}\cdot\frac{9^n-1}{8}-2n=\frac{25}{32}(9^n-1)-2n$□□ C □□□

$\frac{1}{2}(S_n+T_n)=\frac{25}{64},9^n-11-n=25\cdot\frac{9^n-1}{8^2}-n$□ $n=1$ □□

$9^n-1=(1+8)^n-1=C_n^1\cdot 8+C_n^2\cdot 8^2+C_n^3\cdot 8^3+\cdots+C_n^n 8^n-1$

$=8C_n^1+8^2\left(C_n^2+8C_n^3+\cdots+8^{n-2}C_n^n\right)$

□□ $n=8$ □□ $\frac{9^n-1}{8^2}=1+C_8^2+8C_8^3+\cdots+8^6C_8^8=29+8C_8^3+\cdots+8^6C_8^8$ □□□□□ D □□.

□□:ABC.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $a_na_{n+1}=\frac{3a_{n+1}-a_n}{a_{n+1}-3a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$ □□ $\left\{a_n+\frac{1}{a_n}\right\}$ □□□□ 3 □□□□□□□□□□□□□□□□□□ A,B,C □□□□□□□□

D□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

36□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x,g(x)=\ln\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$ □□□□□□□□　□

A□□□ $\forall m\in R, h(x)=f(x)-g(x)+m$ □□□□□□

B□□ $\forall x>1, f(ax)-ax\geq x-g(2x)+\frac{1}{2}$ □□□□□□□□ a □□□□□□ $\frac{1}{e}$

C□□ $f(x),g(x)$ □□□□□□ $y=n$ □□□□□ A□B □□□□ $|AB|$ □□□□□□ $2+\ln 2$

D□□□□□ $y=n$ □ $f(x), g(x)$ □□□□□□□ A□B □□□□□ $f(x)$ □ A □□□□□ $g(x)$ □ B □□□□□□

□□□□BCD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ax\ge\ln x$□□□□□□ $a\ge\frac{\ln x}{x}$ □□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ $A(\ln m, m)$□ $B\left(2e^{m-\frac{1}{2}}, m\right)$ □□ $|AB|=2e^{m-\frac{1}{2}}-\ln m$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ m□□□□□ D□

□□□□

□□□□ A□□□ $h(x)=e^x-\ln\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+m$ □□□ $h'(x)=e^x-\frac{1}{x}$□□ $h'(x)=e^x-\frac{1}{x}=0$ □□□ x_0 □□ $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$ □□ $h(x)$ □ $(0,x_0)$ □

□□□□□□□□ $(x_0,+\infty)$ □□□□□ $h(x)$ □□□□□ $h(x_0)=e^{x_0}-\ln\frac{x_0}{2}-\frac{1}{2}+m$□□ $m>\ln\frac{x_0}{2}+\frac{1}{2}-e^{x_0}$ □□ $h(x)$ □□□□□□ A □□.

□□ B□□□□□□ $e^{ax}-ax\ge x-\ln x=e^{\ln x}-\ln x$□□ $y=e^x-x$ □□ $y'=e^x-1$ □□□ $y=e^x-x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

$ax\ge\ln x$□□ $a\ge\frac{\ln x}{x}$ □□□□□□ $t(x)=\frac{\ln x}{x}$□□ $t'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ □□□ $x\in(0,e)$ □ $t'(x)>0$□□ $x\in(e,+\infty)$ □ $t'(x)<0$□□□

$t(x)_{\max}=t(e)=\frac{1}{e}$□□□ $a\ge\frac{1}{e}$□□□□ B □□.

□□ C□□□ $A(\ln m,m)$□ $B\left(2e^{m-\frac{1}{2}},m\right)$ □ $|AB|=2e^{m-\frac{1}{2}}-\ln m$□□ $\varphi(x)=2e^{x-\frac{1}{2}}-\ln x$

$\varphi'(x)=2e^{x-\frac{1}{2}}-\frac{1}{x}$□ $(0,+\infty)$ □□□□□ $\varphi'\left(\frac{1}{2}\right)=0$ □□ $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right),\varphi'(x)<0$ □

□ $x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right),\varphi'(x)>0$ □□□□ $\varphi(x)_{\min}=\varphi\left(\frac{1}{2}\right)=2+\ln 2$ □□ C □□.

□□ D□□□□□ $y=n$ □□□□□□ $A(\ln m,m), B\left(2e^{m-\frac{1}{2}},m\right)$, $f(x)=e^x, g(x)=\frac{1}{x}$

$f(\ln m)=e^{\ln m}=m, g'\left(2e^{m-\frac{1}{2}}\right)=\frac{1}{2e^{m-\frac{1}{2}}}$ □□□□ $f(x)$ □ A □□ $g(x)$ □ B □□□□□□□□□□ $m=\frac{1}{2e^{m-\frac{1}{2}}}$ □□ $2me^{m-\frac{1}{2}}=1$ □□

$m=\frac{1}{2}$ □□□□ m □□□□□□ D □□.

□□□BCD

37．□（2021·□□·□□□□□□□□□□□）2021 □ 3 □ 30 □□□□□□□□□□□□□□□□□□ "□□□" □□□□□□□ $Logo$□□□□□□

$Logo$ □□

$C:|x|^{n}+|y|^{n}=1$□ □□□□□□□□□□□（　）

A．□□□□ $n\in\mathrm{R}$ □□□ C□□□□□□□□□□

B．□ $n>0$ □□□□ C□□□□□□(□□□□□□□□□□□□

C．□ $n=-1$ □□□□ C □□□□□□□□□□□□□□ $2\sqrt{2}$

D．□ $0<n<1$ □□□□ C□□□□□□□□□□□ 2

□□□□ABC

□□□□

□□ A □□□□□ C □□□□□ P ,□□□□ $(0,0)$ □□□□ Q □□□□□□ C □□□□□□□□ A □□□□□□□

□□ B □□□□ $n>0$ □,□ $x=0$ □ $y=0$ □□□□□ B □□□□□□□

□□ C □□□□ $n=-1$ □,□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□, □□□□ C□□□□□□□□□□□□□□

□□ D □□□□ $0<n<1$ □,□□□□ C□□□□□□,□□□□ D □□□□□□□

□□□□

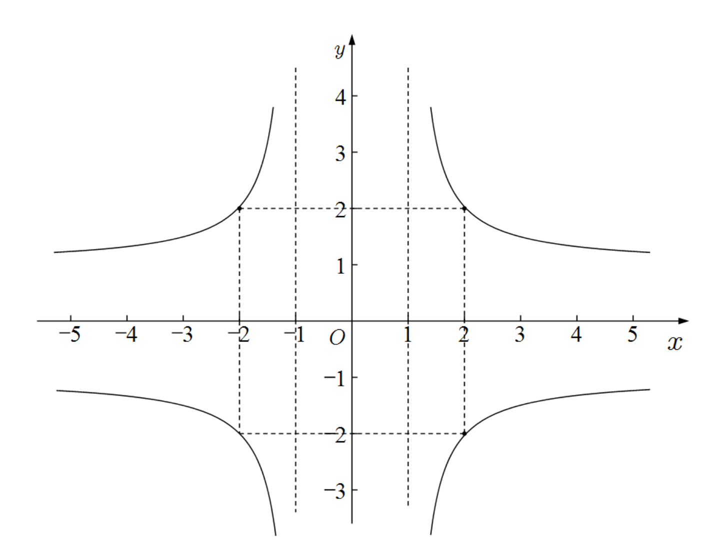
□□ A □□□□□□ $C:|x|^{n}+|y|^{n}=1$ □□□□□ $P(x_0,y_0)$ □□ $P(x_0,y_0)$ □□ $(0,0)$ □□□□□ $Q(-x_0,-y_0)$,□ $Q(-x_0,-y_0)$ □□□□

$C:|x|^{n}+|y|^{n}=1$ □□ $|\pm x_0|^{n}+|\pm y_0|^{n}=|x_0|^{n}+|y_0|^{n}=1$ □□ Q □□□□ C □□□□□ C □□□□□□□□□□□□ A □□□□□□

□□ B □□□□ $n>0$ □,□ $x=0,y=\pm1$;□ $y=0,x=\pm1$ □□□ C □□□□□□ $(0,\pm1)$ □ $(\pm1,0)$.□ B □□□

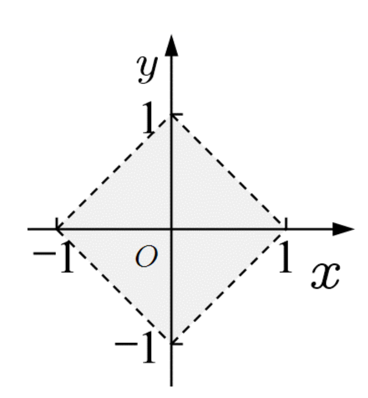
□□ C □□□□ $n=-1$ □,□□ C: $\frac{1}{|x|}+\frac{1}{|y|}=1$ □ $\therefore|y|=1+\frac{1}{|x|-1}$ □ $\because\frac{1}{|y|}=1-\frac{1}{|x|}<1$ □ $\therefore|y|>1$,

□□□□□,□□$|y|=1+\frac{1}{|x|-1}$□□□□□



□□□□□□□□$(2,2)$□□□□□□□,□□□□□$2\sqrt{2}$□□ C □□;

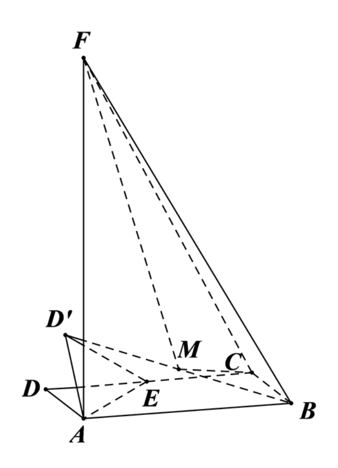
□□ D □□□□$0<n<1$□, $|x|\le 1,|y|\le 1$, □□$|x|+|y|<|x|^n+|y|^n=1$,



□□ C □□□□□□□□□$|x|+|y|=1$□□□, □□□□□□□$|x|+|y|=1$□□□ 2.□ D □□.

□□□ABC

38．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ $ABCD, AB=\sqrt{3}, AD=1, AF\perp$ □□ $ABCD$□ □ $AF=3$□ □ E □□□ DC (□□□□) □□□□□ □□□ AE □ $\triangle DAE$ □□□□□ $\triangle D'AE$□ M □ BD' □□□□ □□□□□□□□□ （　）



A□□□□$A-BCF$□□□□$\frac{3}{2}\sqrt{3}$

B□□□E□□□□□DC□□□□□□D'□□□□□□

C□□□E□□□DC□□□□□□D'□□□□□□□

D□□□E□□□DC□□□□□□□□$M-BCF$□□□□□□□□$\frac{\sqrt{3}}{12}$

□□□□BCD

□□□□

□A□□□□□□□□□□□□B□□□$DA\perp DE$□□□□□C□□□$AD=1$□□□□□□□□□□D□□□□□M□□□BCF□□d_1□□□□□□

A□BF□□□□□□d_1□□□□.

□□□□

A□$V_{A-BCF}=V_{F-ABC}=\frac{□}{3}\times\frac{□}{2}\times\sqrt{3}\times 3=\frac{\sqrt{3}}{2}\neq\frac{3}{2}\sqrt{3}$□□A□□□

□□E□□□DC□□□□□$AD=1$□□□□□□D'□□□□□A□□□□□□□1□□□□□□□□□C□□□

□□□□□E□□□□□D'□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□

D□$S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}\times BC\times BF=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{9+3}=\sqrt{3}$□

$\therefore$□□□□$M-BCF$□□□□□□□□□M□□□BCF□□d_1□□□□□

□□D'□□BCF□□d□□□□□□d_1□$\frac{□}{2}d$.

□A□BF□□□□□□H□□□$AF\perp$□□$ABCD$□□□$AF\perp BC$□

□□ $BC\perp AB$□ $AF\cap AB=A$□□□ $BC\perp$□□ ABF□

□□ $AH\subset$□□ ABF□□□ $BC\perp AF$□

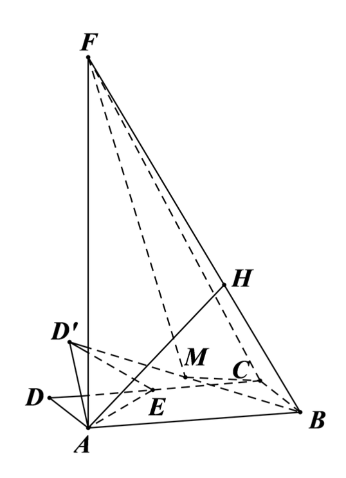
□□ $BC\cap BF=B$□□□□□ $AH\perp$□□ BCF□

□□ D'□□ A □□□□□□□ 1 □□□□□□□

□ D'□□ BCF□□□□□□□ $d=AH-1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$□ $d'=\frac{□}{2}d=\frac{1}{4}$.

□□□□□ $M-BCF$□□□□□□□ $V_{\min}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCF}\times d'=\frac{\sqrt{3}}{12}$□□ D □□.

□□□BCD.



39□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ □

A□□ $\vec{a}=(1,2)$□ $\vec{b}=(1,-1)$□□□ $\vec{a}$□ $\vec{a}+\lambda\vec{b}$□□□□□□□□□ λ □□□□□□ $(-\infty,5)$

B□□ M□ $\triangle ABC$□□□□□ $\vec{PA}+\vec{PB}+\vec{PC}=2\vec{PM}$□□ P□ $\triangle ABC$□□□

C□□ O□ $\triangle ABC$□□□□□□□□□□□ $5\vec{OA}+4\vec{OB}+3\vec{OC}=\vec{0}$□□ $\triangle OAB$□ $\triangle OAC$□ $\triangle OBC$□□□□□□ 3□4□5

D□□ O□ $\triangle ABC$□□□□□ $AB=3$□ $AC=5$□ $\vec{OA}\cdot\vec{BC}$□□□-8

□□□□CD

□□□□

A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\lambda\vec{b})>0$□ $\vec{a}$□ $\vec{a}+\lambda\vec{b}$□□□□□□□□ $\begin{cases}5-\lambda>0\\ \lambda\neq 0\end{cases}$ □□□□□□

B□□□□□□□□□□□□□□□□□ DM □ PF □□□□□□□ $PC\perp AB$ □□□□□

$PB\perp AC$□ $PA\perp BC$□□□ P□$\triangle ABC$□□□□

C□□□□□□ OB □□ B_1□□□ $OB_1=\frac{4}{3}OB$□□□ OA□□ A_1□□□ $OA_1=\frac{5}{3}OA$□

□ O□$\triangle A_1B_1C$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $S_{\triangle OAB}=\frac{3}{20}S_{\triangle CA_1B_1}$□ $S_{\triangle OAC}=\frac{1}{5}S_{\triangle CA_1B_1}$□ $S_{\triangle OBC}=\frac{1}{4}S_{\triangle CA_1B_1}$□□□□□□□□□□□□

D□□□□□ $OS\perp AB$□ $OT\perp AC$□□□□□ S□T□□ S□T□□□ AB□AC□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

A□□□ $a=(1,2),b=(1,-1)$□□□ $a+\lambda b=(1+\lambda,2-\lambda)$□□□ $a\cdot(a+\lambda b)=5-\lambda$□

□ a □ $a+\lambda b$□□□□□□□□ $a\cdot(a+\lambda b)>0$□ a □ $a+\lambda b$□□□□□□

□□ $\begin{cases}5-\lambda>0\\ \lambda\neq0\end{cases}$ □□□$\lambda<5$□$\lambda\neq0$□□ A □□□

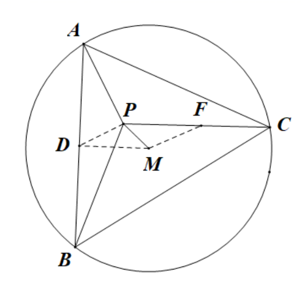
B□□□□$\odot M$□$\triangle ABC$□□□□□□□ PA□PB□PC□PM□□ D□F□□□ AB□PC□□□□□□ PD□DM□FM□□

$PA+PB=2PD$□

□ $PA+PB+PC=2PM$□□□ $PC=2(PM-PD)=2DM$□□ $\vec{DM}=\frac{\vec{PC}}{2}=PF$□

□□ DM □ PF □□□□□ M □ $\triangle ABC$ □□□□□□□□□□ $DM\perp AB$□

□□ $PC\perp AB$□□□□ $PB\perp AC$□ $PA\perp BC$□□□ P□$\triangle ABC$□□□□□ B □□□



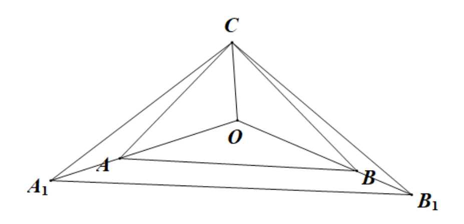
C□□□□□□ OB □□ B_1□□□ $OB_1=\frac{4}{3}OB$□□□ OA□□ A_1□□□ $OA_1=\frac{5}{3}OA$□

□ $OA_1 + OB_1 + OC = 0$ □□□ O □ $\triangle A_1B_1C$ □□□□

□□ $S_{\triangle OA_1B_1} = S_{\triangle OCA_1} = S_{\triangle OCB_1} = \frac{1}{3}S_{\triangle CA_1B_1}$ □□□

$S_{\triangle OAB} = \frac{9}{20}S_{\triangle OA_1B_1} = \frac{3}{20}S_{\triangle CA_1B_1}$□ $S_{\triangle OAC} = \frac{3}{5}S_{\triangle OA_1C} = \frac{1}{5}S_{\triangle CA_1B_1}$□ $S_{\triangle OBC} = \frac{3}{4}S_{\triangle OB_1C} = \frac{1}{4}S_{\triangle CA_1B_1}$ □□

$S_{\triangle OAB}$□ $S_{\triangle OAC}$□ $S_{\triangle OBC} = \frac{3}{20}$□$\frac{1}{5}$□$\frac{1}{4} = 3$□4□5□□□ C □□□

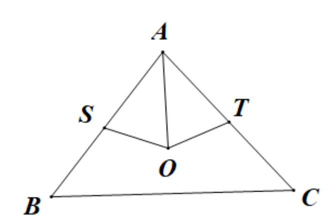


D□□□□□ $OS \perp AB$□ $OT \perp AC$□□□□□ S□T□□ S□T□□□ AB□AC□□□□

$OA \cdot BC = OA \cdot (BA + AC) = OA \cdot BA + OA \cdot AC = \left|OA\right|\left|BA\right|\cos\angle OAB - \left|OA\right|\left|AC\right|\cos\angle OAC$

$= 3\times\frac{3}{2} - 5\times\frac{5}{2} = -8$□

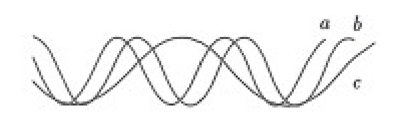
□ D □□.



□□□CD

40□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$□ $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right)$□ $h(x) = \sin x$□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ □



A□ a□ $f(x)$　　B□ b□ $f(x)$　　C□ a□ $g(x)$　　D□ b□ $g(x)$

□□□□BC

□□□□

□□□□□□□□□ $f(x)$□$g(x)$□$h(x)$ □□□□□□□□□π□π□2π□□□c□$h(x)$□

□□ $f(x)$□$g(x)$ □□□□□□□□a□c□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$□$g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{5}\right)$□$h(x)=\sin x$□

□□ $f(x)$□$g(x)$□$h(x)$ □□□□□□□□□□ $\frac{2\pi}{2}=\pi$□$\frac{2\pi}{2}=\pi$□$\frac{2\pi}{1}=2\pi$□

□□c□$h(x)$□

□$x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$□□$h(x)=\sin x$□□□□□□

□$x=\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in Z$□□$2x+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$□□

□□$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$□□□□□□

□$x=\frac{2\pi}{5}+k\pi,k\in Z$□□$2x+\frac{\pi}{5}=\pi+2k\pi,k\in Z$□

□□$g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{5}\right)$□□□□□□

□□□□□□□a□$g(x)$□b□$f(x)$□

□□□BC.

41□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-x^2$ □□□□□□□□□□□□　□

A□$f(x)$□**R**□□□□□

B□$f(x)$□$(-\infty,\ln 2)$□□□□□

C□□□□$y=f(x)-\ln x+x^2$□$x=x_0$□□□□□□□□$x_0\in(0,1)$

D．$\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)>\ln x-x^2+2$

【答案】ACD

【分析】

AB 选项□□□□□□□□□□□ $f'(x)$ □□□□□□□CD 选项□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□.

【详解】

$f'(x)=e^x-2x$，令 $g(x)=f'(x)=e^x-2x$，则 $g'(x)=e^x-2$，所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,\ln 2)$ 上□□□□□，在 $(\ln 2,+\infty)$ 上□□□□□□，

$g(x)\geq g(\ln 2)=2-2\ln 2>0$，所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上□□□□.A 正确，B 错误.

令 $g(x)=f(x)-\ln x+x^2=e^x-\ln x$，则 $g'(x)=e^x-\dfrac{1}{x}=\dfrac{xe^x-1}{x}$.

令 $h(x)=xe^x-1$，则 $h'(x)=(x+1)e^x>0$，$(0,+\infty)$ 上□□□□，$h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上□□□□.□ $h(0)\cdot h(1)=-(e-1)<0$，所以

$\exists x_0\in(0,1)$，$h(x_0)=0$，则 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上□□□□□，$(x_0,+\infty)$ 上□□□□□，$g(x)_{\min}=g(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0$.

□ $e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$，$x_0=-\ln x_0$，所以 $g(x)_{\min}=\dfrac{1}{x_0}+x_0>2$.CD 选项正确.

故选：ACD

□□□□□

42．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□）□□ $f(x)$ □□□□ $\mathbf{R}$ □□□□□，□ $f(1-x)=f(x)$，则 $f(x)$ □□□□□□______；

□□□□ $x_1,x_2\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$，□□ $x_1\neq x_2$，□□ $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>\pi$，□□□ x □□□ $f(x)\leq\sin\pi x$ □□ $\left[-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right]$ 上□□□______

______.

【答案】2 $[-1,0]\cup\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$

【分析】

□□□□□□□ $f(x)$ □□ $x=\frac{1}{2}$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)-\pi x$ □ $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□□□□□□

$g(x)=\sin\pi x$ □□ $y=\sin\pi x-\pi x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)\geq g(x)$ □□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□ $f(1-x)=f(x)$ □□□□□ $f(x)$ □□ $x=\frac{1}{2}$ □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ $4\times|\frac{1}{2}-0|=2$ □

□□□□□□ $x_1,x_2\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□□ $x_1\neq x_2$ □□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>\pi$ □□□□ $x_1>x_2$ □□□ $f(x_1)-\pi x_1>f(x_2)-\pi x_2$ □□□□□

$f(x)-\pi x$ □ $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□□□□□

□□□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□ $f(x)-\pi x\geq f(0)-\pi\times 0=0$ □

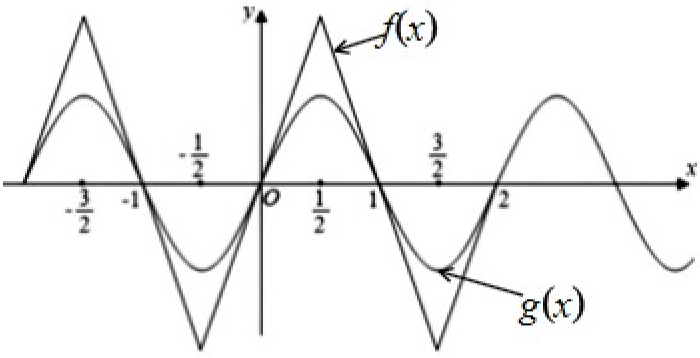
□ $g(x)=\sin\pi x$ □□ $y=\sin\pi x-\pi x$ □□ $y'=\pi\cos\pi x-\pi=\pi(\cos\pi x-1)\leq 0$ □□□ $y=\sin\pi x-\pi x$ □□□□□□□□

□□□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □ $g(x)-\pi x=\sin\pi x-\pi x\leq g(0)-0=0$, □

□□□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□ $f(x)-\pi x\geq g(x)-\pi x$ □□ $f(x)\geq g(x)$ □□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□

□□□□□□□□ $\left[-1,0\right]\cup\left[1,\frac{3}{2}\right]$.

□□□□□2□ $\left[-1,0\right]\cup\left[1,\frac{3}{2}\right]$.



43．（2021·江苏·南京市中华中学高三阶段练习）一张 B4 纸的厚度为 0.1 mm，将其对折后厚度变为 0.2 mm，第 2 次对折后厚度变为 0.4 mm，设 $a_1=0.2$，第 $n(n\geq2)$次对折后厚度变为 a_n mm，则a_5=__________，数列 $\left\{\dfrac{a_n}{\left[2(n+1)^3-n^3\right]}\right\}$ 的前 $n-1(n\geq2)$项和为__________.

【答案】 3.2　$0.1\left(2^n\times n^3-2\right)$

【分析】

由题找出$\{a_n\}$的规律，写出通项公式，再采用裂项相消求和即可．

【详解】

由题意可得数列$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，

$\therefore a_n=0.2\times2^{n-1}=0.1\times2^n$，

$\therefore a_5=0.1\times2^5=3.2$；

$a_n\left[2(n+1)^3-n^3\right]=0.1\times\left[2^{n+1}(n+1)^3-2^n\times n^3\right]$，

$\therefore$数列$\left\{a_n\left[2(n+1)^3-n^3\right]\right\}$的前 $n-1$项和为

$0.1\times\left[2^2\times2^3-2^1\times1^3+2^3\times3^3-2^2\times2^3+\cdots+2^n\times n^3-2^{n-1}\times(n-1)^3\right]=0.1\left(2^n\times n^3-2\right)$.

□□□□□3.2□ $0.1(2^n\times n^3-2)$.

44□□2021·□□·□□□.□□□□□□□ R□□□□□□□ 1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2□□□ 3□□.□□□ k□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ S_k□□□□□□□ $S_1=\frac{\pi R^2}{2}$，$S_2=\frac{3\pi R^2}{4}$，□ $S_4=$______□□□□□ n□□□ $\sum_{k=1}^{n}S_k=$________.

□□□□ $\frac{15}{16}\pi R^2$　$\pi R^2\left(k+\frac{1}{2^k}-1\right)$

□□□□

□□□□□□□□ $S_k=\pi R^2\left(1-\frac{1}{2^k}\right)$，□□□ S_4□□□□□□□□□□ $\sum_{k=1}^{n}S_k=\pi R^2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\cdots\cdots+\left(1-\frac{1}{2^k}\right)\right]$，□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $S_1=\frac{\pi R^2}{2}$，$S_2=\frac{3\pi R^2}{4}$，

□□ $S_k=\pi R^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^k}\right)=\pi R^2\cdot\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^k}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\pi R^2\left(1-\frac{1}{2^k}\right)$，

□□ $S_4=\pi R^2\left(1-\frac{1}{2^4}\right)=\frac{15}{16}\pi R^2$.

$$\sum_{k=1}^{n}S_k=\pi R^2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\cdots\cdots+\left(1-\frac{1}{2^k}\right)\right]$$

$$=\pi R^2\left[k-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^k}\right)\right]=\pi R^2\left[k-\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^k}\right)}{1-\frac{1}{2}}\right]$$

$=\pi R^2\left(k+\frac{1}{2^k}-1\right)$.

□□□□□ $\frac{15}{16}\pi R^2$ □ $\pi R^2\left(k+\frac{1}{2^k}-1\right)$

45．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□）□□ $f(x)=e^x-x$，□ $f(x)$ □□□□□□□□________；□□□□□ $x\in(0,+\infty)$，□□

□ $e^x-1\geq\frac{\ln x+2a}{x}$ □□□□，□□□ a □□□□□□________．

□□□□ $(0,+\infty)$ (□ $[0,+\infty)$ □□)　$(-\infty,\frac{1}{2}]$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)=e^x\cdot x-x-\ln x$ □□□□□□ $t=x+\ln x$ □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

$f'(x)=e^x-1$,

□ $f'(x)>0$,

□□ $f(x)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ (□ $[0,+\infty)$ □□);

$e^x-1\geq\frac{\ln x+2a}{x}$ □□□ $2a\leq e^x\cdot x-x-\ln x$.

□ $g(x)=e^x\cdot x-x-\ln x$ $=$ $e^x\cdot e^{\ln x}-x-\ln x$ $=$ $e^{x+\ln x}-(x+\ln x)$ □

□ $t=x+\ln x$ □□ $h(t)=e^t-t$ □

□ $f(x)=e^x-x$ □ $[0,+\infty)$ □□□□□□□□

$h(t)\geq h(0)=e^0-0=1$ □

□ $2a\leq 1$ □

□□□ $a\leq\frac{1}{2}$.

□□□□□$(0,+\infty)$(□$[0,+\infty)$□□)□$a\le\frac{1}{2}$

□□□□□

46□□2021·□□□□·□□□□□□□□$x\in(0,\pi)$□□□□□$\frac{\cos2x+3\sin x-2}{\cos^2x-4\sin x-1}\le0$□□□□$A$□□□□

$f(x)=\sin(x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$□$x\in A$□□□□□□□□□□$\varphi$□□□□□□______□

□□□□$(0,\frac{\pi}{3})\cup(\frac{2\pi}{3},\pi)$

□□□□

□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□$\frac{\cos2x+3\sin x-2}{\cos^2x-4\sin x-1}\le0$□□$\frac{-2\sin^2x+3\sin x-1}{-\sin^2x-4\sin x}\le0$□$\frac{(2\sin x-1)(\sin x-1)}{\sin x(\sin x+4)}\le0$□

□$x\in(0,\pi)$□□$\sin x>0$□$\sin x+4>0$□□□$(2\sin x-1)(\sin x-1)\le0$□□$\sin x-1\le0$□

□□□$2\sin x-1\ge0$□□$\sin x\ge\frac{1}{2}$□□□$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5\pi}{6}$□□$A=\{x|\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5\pi}{6}\}$□

□$t=x+\varphi$□$t\in[\frac{\pi}{6}+\varphi,\frac{5\pi}{6}+\varphi]$□□□□□$y=\sin t$□□□$(\frac{\pi}{6}+\varphi,\frac{5\pi}{6}+\varphi)$□□□□□□□□□

□□□$y=\sin t$□□□$\left(\frac{\pi}{6}+\varphi,\frac{5\pi}{6}+\varphi\right)$□□□□□□□□□□

□$0<\varphi<\pi$□□$\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{6}+\varphi<\frac{7\pi}{6}$□□$\frac{5\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}+\varphi<\frac{11\pi}{6}$□

□□□$\begin{cases}0<\varphi<\pi\\ \frac{\pi}{6}+\varphi<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<\frac{5\pi}{6}+\varphi\le\frac{3\pi}{2}\end{cases}$□$\begin{cases}0<\varphi<\pi\\ \frac{\pi}{2}\le\frac{\pi}{6}+\varphi<\frac{3\pi}{2}\\ \frac{5\pi}{6}+\varphi>\frac{3\pi}{2}\end{cases}$□□□$0<\varphi<\frac{\pi}{3}$□$\frac{2\pi}{3}<\varphi<\pi$□

□□φ□□□□□□$(0,\frac{\pi}{3})\cup(\frac{2\pi}{3},\pi)$.

□□□□□$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$

□□□□

□□□□□□□ $f(x)$□□□$[a□b]$□□□□□□□□□$(a□b)$□□□□□□□□□$[a□b]$□□□□□□□□□$(a□b)$□□□□□□□□□□.

47□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ a□b□c □□$a+b+c=0$□$a^2+b^2+c^2=2$□□ a □□□□□□____________.

□□□□$\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

□□□□

□□□□□$c=-a-b$□□□□□$a^2+b^2+c^2=2$□□$b^2+ab+a^2-1=0$□□□□□□□□□□□b□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□.

□□□□

□□$a+b+c=0$□□□$c=-a-b$

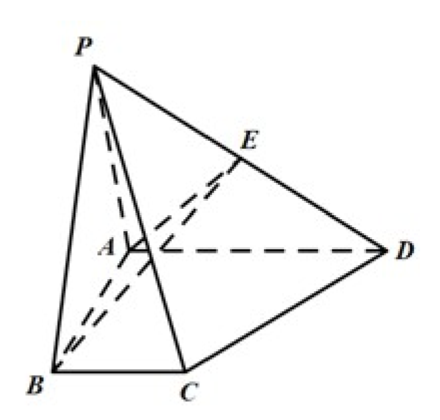
□□□$a^2+b^2+c^2=2$□□$a^2+b^2+(-a-b)^2=2$□□$b^2+ab+a^2-1=0$

□□□□□□□□b□□□□□□□□□□□□□□□□

□□$\Delta=a^2-4(a^2-1)\geq 0$□□□$-\frac{2\sqrt{3}}{3}\leq a\leq\frac{2\sqrt{3}}{3}$

□□□□□$\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

48□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□$P-ABCD$□□□□□$ABCD$□□□□$AD=2BC$□$AD//BC$□E□PD□□□□□EAB□□□□$P-ABCD$□□□□□□□□□□□□____________.

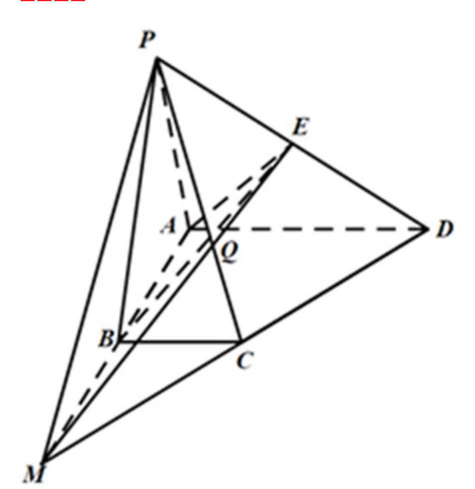


□□□□$4:5$

□□□□

□□ DC, AB □□□ M □□ EM □ PC □ Q □□□ Q □ $\triangle PMD$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□



□□ DC, AB □□□ M □□ EM □ PC □ Q □

□ $AD = 2BC$ □□ $CM = CD$ □□ $\triangle PMD$ □□ Q □□□□

$V_{ABCDEQ} = V_{Q-ABCD} + V_{Q-AED}$ □

□ $V_{Q-ABCD} = \frac{1}{3} V_{P-ABCD}$ □ $V_{Q-AED} = \frac{1}{2} V_{Q-PAD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{C-PAD} = \frac{1}{3} V_{P-CAD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} V_{P-ABCD} = \frac{2}{9} V_{P-ABCD}$ □

□ $V_{ABCDEQ} = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) V_{Q-ABCD} = \frac{5}{9} V_{Q-ABCD}$ □

□□□□□□□□□□□□$4:5$□

□□□□□$4:5$.

49□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ t□□□□□ $x\in(0$□$s]$□□□□$(\ln x$□x□2□$t)(1$□t□$x)\le 0$ □□□□□ s □□□□□________□$(\ln 3\approx 1.099$□$\ln 4\approx 1.386)$

□□□□2

□□□□

□ $f(x)=\ln x-x+2$□ $g(x)=1-x$□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $f(x)$□$g(x)$□□□□□□□ $f(x)$□$g(x)$□□□ $A\left(\frac{1}{e},1-\frac{1}{e}\right)$□□

$B(x_0,y_0)$□□ $\ln x-x+2=1-\frac{1}{e}$□□ $h(x)=\ln x-x+1+\frac{1}{e}$□□□□□□□□□□□□□ $x_0\in(2,3)$□□□.

□□□□

□ $f(x)=\ln x-x+2$ □ $g(x)=1-x$ □

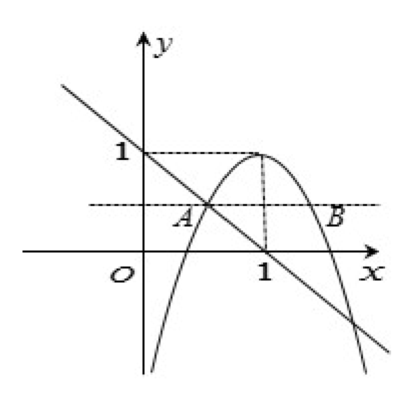
$\therefore[f(x)-t][g(x)-t]\le 0$□ $f'(x)=\frac{1}{x}-1$□

□ $f'(x)=0\Rightarrow x=1$ □

∴□ $0<x<1$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x>1$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

$\therefore f(x)_{max}=f(1)=1$□□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□□



□□ $\begin{cases}y=\ln x-x+2\\ y=1-x\end{cases}\Rightarrow x=\frac{1}{e}$□□ $A\left(\frac{1}{e},1-\frac{1}{e}\right)$□

□ $B(x_0, y_0)$ □ $0< s\le x_0$ □□ $\ln x - x + 2 = 1 - \frac{1}{e}$ □□ $\ln x - x + 1 + \frac{1}{e} = 0$ □

□ $h(x) = \ln x - x + 1 + \frac{1}{e}$ □□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□ $h(2) = \ln 2 - 2 + 1 + \frac{1}{e} = -0.307 + \frac{1}{e} > 0$ □ $h(3) = \ln 3 - 2 + \frac{1}{e} = 1.099 - 2 + \frac{1}{e} = -0.901 + \frac{1}{e} < 0$ □

$\therefore x_0 \in (2,3)$ □∴□□ s □□□□□ 2□

□□□□□2

50□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□□□□□□ F_1□F_2□□□ l □ F_1 □ C □□□□□□□□□□□

A□B□□□ $\triangle ABF_2$ □□□□□□□□ x □□□□□ Q □□□ $BQ=3AF_2$ □□ C □□□□□__________.

□□□□ $\sqrt{7}$

□□□□

□□□□□□□ $\triangle F_1AF_2 \backsim \triangle F_1BQ$ □ $\triangle ABF_2$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □ c □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

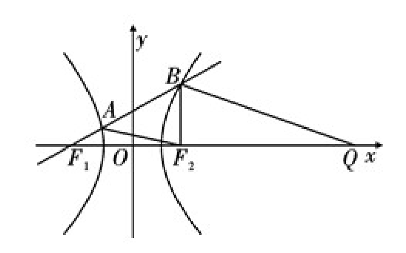
□□□□□□□□□□ $|F_1F_2|=2c$ □□□ $F_2A=\frac{1}{3}QB$ □□□ $\triangle F_1AF_2 \backsim \triangle F_1BQ$ □□□ $|F_2Q|=4c$ □□□□□□□ ABF_2 □□□

$|AF_2|=|BF_2|=|AB|=m$ □□ $|BQ|=3m$ □ $|AF_1|=\frac{m}{2}$ □□□□□□□□□□ $|AF_2|-|AF_1|=2a$ □□□ $m-\frac{m}{2}=2a$ □□ $m=4a$ ①□□

□ $\triangle ABF_2$ □□□□□□□□□ $\angle F_2BQ=\angle ABF_2=60^\circ$ □□ $\triangle F_2BQ$ □□ $\cos\angle F_2BQ=\frac{|BF_2|^2+|BQ|^2-|F_2Q|^2}{2|BF_2|\cdot|BQ|}=$

$\frac{m^2+9m^2-16c^2}{2m\cdot 3m}=\frac{1}{2}$ □□□□□ $7m^2=16c^2$ ②□□①②□□ $\frac{c^2}{a^2}=7$ □□□ $e=\sqrt{7}$.

□□□□□ $\sqrt{7}$.



51□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ R □□□□□ $\forall x\in R$□□□ $f(x+2)=f(-x)$ □□ $0<x\le 1$ □□

$f(x)=\begin{cases}3-\log_2 x, 0<x<\dfrac{1}{2}\\ \sqrt{1-x}, \dfrac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}$ □□ $f\left(-\dfrac{9}{4}\right)+f(11)=$________.

□□□□5

□□□□

□□□□□ $f(x)$ □□□ 2□□□□□□ $f\left(-\dfrac{9}{4}\right)=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=5$ □ $f(11)=f(1)=0$□□□□□□ $f\left(-\dfrac{9}{4}\right)+f(11)$ □□.

□□□□

□□□ $f(x+2)=f(-x)$ □□□ $f(x)$ □□ $x=1$□□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □□□ 2□□ $f\left(-\dfrac{9}{4}\right)=f\left(\dfrac{9}{4}\right)=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=5$ □ $f(11)=f(1)=0$

$\therefore f\left(-\dfrac{9}{4}\right)+f(11)=f\left(\dfrac{1}{4}\right)+f(1)=5+0=5$.

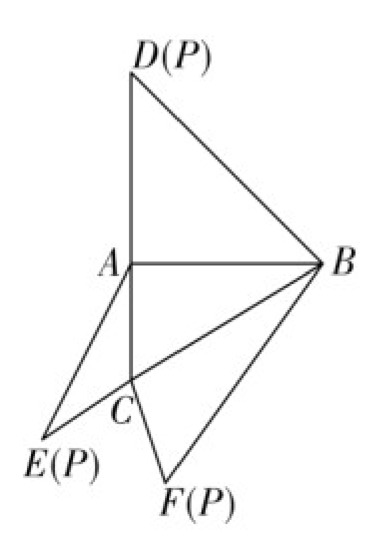
□□□□:5.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

52□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P–ABC$ □□□□□□□ $AC=1$□ $AB=AD=\sqrt{3}$

□ $AB\perp AC$□ $AB\perp AD$□ $\angle CAE=30°$□□ $\cos\angle FCB=$______________.



□□□□ $-\frac{1}{4}$

□□□□

□$\triangle ACE$□□□□□□□□□□□□ CE□□□□ CF□□□□□□□□□□□ BC□ BD□□□□ BF□□□□$\triangle BCF$□□□□□□□□□□□□ $\cos\angle FCB$

□□.

□□□□

□ $AB\perp AC$□$AB=\sqrt{3}$□$AC=1$□

□□□□□□ $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2$□

□□□ $BD=\sqrt{6}$□$\therefore BF=BD=\sqrt{6}$□

□$\triangle ACE$□□ $AC=1$□$AE=AD=\sqrt{3}$□$\angle CAE=30$□

□□□□□□ $CE^2=AC^2+AE^2-2AC\cdot AE\cos 30=1+3-2\times 1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$□

$\therefore CF=CE=1$□

□$\triangle BCF$□□ $BC=2$□$BF=\sqrt{6}$□$CF=1$□

□□□□□□ $\cos\angle FCB=\frac{CF^2+BC^2-BF^2}{2CF\cdot BC}=\frac{1+4-6}{2\times 1\times 2}=-\frac{1}{4}$.

□□□□□ $-\frac{1}{4}$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

53□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a,b, $|a|=1,|b|=2$ □□□□□□□□□□ e □□□ $|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|\geq\frac{1}{2}$ □□ $a\cdot b$ □□□□

□□______

□□□□ $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

□□□□

□□ $|a|=1$ □ $|b|=2$ □ e □□□□□□□□□ $a=(x,y)$ □ $b=(2,0)$ □ $e=(\cos\theta,\sin\theta),\theta\in[0,2\pi)$ □□

$|a\cdot e|+|b\cdot e|=|2\cos\theta|+|x\cos\theta+y\sin\theta|$ □□ $f(\theta)=|2\cos\theta|+|x\cos\theta+y\sin\theta|$ □□□ x □□□□□□□□□□□

□□□□

□□ $|a|=1$ □ $|b|=2$ □ e □□□□□

□□□ $a=(x,y)$ □ $b=(2,0)$ □ $e=(\cos\theta,\sin\theta),\theta\in[0,2\pi)$ □

$|a\cdot e|+|b\cdot e|=|2\cos\theta|+|x\cos\theta+y\sin\theta|$ □

□ $f(\theta)=|2\cos\theta|+|x\cos\theta+y\sin\theta|$ □

□ a,b □□□□ $e\perp a$ □ $f(\theta)=0$ □□□□□□□□□

□ a,b □□□□ $f(\theta)_{min}=\min\{|x+2|,|x-2|,|y|\}$ □

□ $x^2+y^2=1$ □

$\therefore -1\leqslant x\leqslant 1$ □

$\therefore \begin{cases}|x+2|\geqslant 1\geqslant |y|\\ |x-2|\geqslant 1\geqslant |y|\end{cases}$ □

$\therefore f(\theta)_{min}=|y|\geqslant\frac{1}{2}$ □

$\therefore y^2=1-x^2 \geq \frac{1}{4}$□□$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$□

$\therefore a\cdot b=2x$□□$2x\in\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$□

□□□□□$\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$□

54□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□$x,y,z\in R,\alpha,\beta,\gamma\in(0,\pi)$□□$x^2+3y^2+4z^2=6,\alpha+\beta+\gamma=2\pi$□□

$xy\sin\alpha+xz\sin\beta+yz\sin\gamma$□□□□□________□

□□□□$\sqrt{6}$

□□□□

□□□□□□$OA=x$□$OB=y$□$OC=z$□$AD=a$□$BD=b$□$OD=h$□□$xy\sin\alpha+xz\sin\beta+yz\sin\gamma=2S_{\triangle ABC}$□□□□□□□□

□□□$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$□□□$a^2+h^2+3\left(b^2+h^2\right)+4z^2=6$□□□□□□□□□□□$6\geq\sqrt{6}(h+z)(a+b)\geq 2\sqrt{6}S_{\triangle ABC}$□□□□□.

□□□□

□□□□□□O□$OD\perp AB$□D□□$OA=x$□$OB=y$□$OC=z$□$AD=a$□$BD=b$□$OD=h$□$\angle AOB=\alpha$□$\angle AOC=\beta$□

$\angle BOC=\gamma$.

□$xy\sin\alpha+xz\sin\beta+yz\sin\gamma=2S_{\triangle ABC}$.

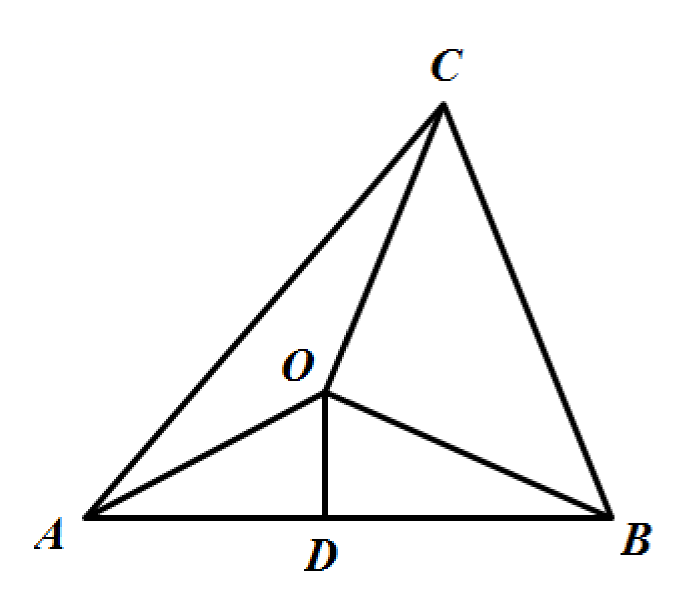
□$x>0$□$y>0$□□□□□□□□□□$\left[\left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2+\left(\frac{b}{\sqrt{y}}\right)^2\right]\left[(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2\right]\geq(a+b)^2$□□$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$□□$\frac{a}{x}=\frac{b}{y}$□□□□□.

$x^2+3y^2+4z^2=6$□□$a^2+h^2+3\left(b^2+h^2\right)+4z^2=6$□□$a^2+4h^2+3b^2+4z^2=6$.

□$\frac{a^2}{1}+\frac{h^2}{\frac{1}{4}}+\frac{b^2}{\frac{1}{3}}+\frac{z^2}{\frac{1}{4}}=6\geq\frac{(h+z)^2}{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}+\frac{(a+b)^2}{1+\frac{1}{3}}\geq\sqrt{6}(h+z)(a+b)\geq 2\sqrt{6}S_{\triangle ABC}$□

□ $2S_{\Delta ABC}\le\sqrt{6}$ □□ OCD □□□□□ $a=3b$ □ $h=z$ □□□□.

□□□□ $\sqrt{6}$.



□□□□

□□□□□□□□□□□□ $xy\sin\alpha+xz\sin\beta+yz\sin\gamma$ □□□□□□□□□□□.

55．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ A,B,C,P □□□ R □□□□□□□□□ AB,AC,BC □□□□□□□□ $\frac{\pi}{3}R$ □ $\frac{\pi}{2}R$ □ $\frac{\pi}{2}R$ □□ $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$ □□□ O □□□□ $x+y+z$ □□□□__________□

□□□□ $\frac{\sqrt{21}}{3}$

□□□□

□□□□□□□ ΔABC □□□□□□□□□□□ ΔABC □□□□□□ $\overrightarrow{OP'}=\frac{\overrightarrow{OP}}{x+y+z}$ □□□□□□□□□□□ P,A,B,C □□□□□

□□□□□□□ $\frac{R}{|\overrightarrow{OP}|}$ □□□□□□ $|\overrightarrow{OP}|$ □□□□□□ ΔABC □□□□□□□□□□ $|\overrightarrow{OP}|$ □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

Q AB[illegible]$\frac{\pi}{3}R$ $\therefore \angle AOB=\frac{\pi}{3}$ $\therefore AB=2R\sin\frac{\pi}{6}=R$

[illegible]$BC=AC=\sqrt{2}R$

$\therefore \cos C=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC\cdot BC}=\frac{3}{4}$ $\therefore \sin C=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \Delta ABC$[illegible]$r=\frac{1}{2}\times\frac{AB}{\sin C}=\frac{2\sqrt{7}}{7}R$

[illegible]$\vec{OP}=\frac{OP}{x+y+z}=\frac{xOA}{x+y+z}+\frac{yOB}{x+y+z}+\frac{zOC}{x+y+z}$ $\therefore P,A,B,C$[illegible]

$\therefore x+y+z=\frac{\left|OP\right|}{\left|OP\right|}=\frac{R}{\left|OP\right|}$

[illegible]$x+y+z$[illegible]$\left|OP\right|$[illegible]

[illegible] $\left|OP\right|$[illegible]ΔABC[illegible]$d=\sqrt{R^2-r^2}=\frac{\sqrt{21}}{7}R$

$\therefore (x+y+z)_{\max}=\frac{R}{\frac{\sqrt{21}}{7}R}=\frac{\sqrt{21}}{3}$

[illegible]$\frac{\sqrt{21}}{3}$

[illegible]

[illegible].

56．[illegible]2021·[illegible]·[illegible]M[illegible]x_1[illegible]y_1[illegible]N[illegible]x_2[illegible]y_2[illegible]l[illegible]ax[illegible]by[illegible]

$c=0$[illegible]$\delta=\frac{ax_1+by_1+c}{ax_2+by_2+c}$[illegible]

① [illegible]δ[illegible]N[illegible]l[illegible]

② [illegible]$\delta=1$[illegible]M[illegible]N[illegible]l[illegible]

③ [illegible]$\delta=$[illegible]1[illegible]l[illegible]MN[illegible]

④□δ□1□□□M□N□□□l□□□□□□□l□□□MN□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□______□

□□□□②③④

□□□□

□□□□□δ□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□①□$\delta=\dfrac{ax_1+by_1+c}{ax_2+by_2+c}$□□□$ax_1+by_1+c-\delta(ax_2+by_2+c)=0(ax_2+by_2+c\neq0)$□□□$M(x_2$□$y_2)$□□□□$l$□□□□①□□□□

□□②□$\delta=1$□□$a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$□□□M□N□□□□□□□□l□□□□□□□□$M(x_2$□$y_2)$□□□□l□□□□□□□□□□□□□

②□□□

□□③□$\delta=-1$□□$ax_1+by_1+c+(ax_2+by_2+c)=0$□□□$a\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b\cdot\dfrac{y_1+y_2}{2}+c=0$□□□□□$l$□□□□$MN$□□□□□③□□□

□□④□$\delta>1$□□$(ax_1+by_1+c)\times(ax_2+by_2+c)=\delta(ax_2+by_2+c)^2>0$□□□$M$□$N$□□□$l$□□□□□④□□□

□□□□②③④.

57□□2021·□□·□□□□□□□□□$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$□□$\exists x\geq0$□□□$f\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)+f(t)\leq0$□□$t$□□□□□______□

□□□□$(-\infty$，$0]$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)$□

$(0$，$+\infty)$□□□□□□□□□□□□□□$f(\dfrac{e^x-1}{e^x+1})\leq f(-t)$□□□□□$t\leq\dfrac{2}{e^x+1}-1$□

□□□□□□□□□□$(\dfrac{2}{e^x+1}-1)_{\max}$□□.

□□□□

□□□□□

$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$□

□ $f(-x)=\ln(-x+\sqrt{x^2+1})=\ln\frac{1}{x^2+\sqrt{x^2+1}}=-\ln(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x)$ □

□□□□ $f(x)$ □□□□□

□ $ff(\frac{e^x-1}{e^x+1})+\ (t)\le 0\Rightarrow ff(\frac{e^x-1}{e^x+1})\le -\ (t)=f(-t)$ □□ $f(\frac{e^x-1}{e^x+1})\le f(-t)$ □

□ $x>0$ □□ $y=x$ □□□□□ $y=\sqrt{x^2+1}$ □□□□□

□□ $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ □□□□□

□□ $-t\ge\frac{e^x-1}{e^x+1}=1-\frac{2}{e^x+1}$ □□ $t\le\frac{2}{e^x+1}-1$ □□ $t\le(\frac{2}{e^x+1}-1)_{max}$ □

□ $g(x)=\frac{2}{e^x+1}-1$ □□ $x\ge0$ □□ $y=\frac{1}{e^x}$ □□□□□

□□ $g(x)=\frac{2}{e^x+1}-1$ □ $[0□+\infty)$ □□□□□□□□ $g(x)_{max}=g(0)=0$ □

□ $t\le0$.

□□□□□ $(-\infty□0]$

58□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□ $a_1=-\frac{1}{9}$ □□□ n □□□ S_n □□□□ $n(n+1)(a_{n+1}-a_n)+11a_na_{n+1}=0$ □□□ S_n □□

□□□□□ $n=$__________.

□□□□5

□□□□

□□□□ $n(n+1)(a_{n+1}-a_n)+11a_na_{n+1}=0$ □□ $\frac{1}{a_{n+1}}+\frac{11}{n+1}=\frac{1}{a_n}+\frac{11}{n}$ □□ $b_n=\frac{1}{a_n}+\frac{11}{n}$ □□ $b_n=2$ □□□□□ $a_n=\frac{n}{2n-11}$ □□□□

S_n □□□□□□ n □□□□.

□□□□

□□□□ $n(n+1)(a_{n+1}-a_n)+11a_na_{n+1}=0$

□□ $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{11}{n(n+1)}=\frac{11}{n}-\frac{11}{n+1}$ □ $\frac{1}{a_{n+1}}+\frac{11}{n+1}=\frac{1}{a_n}+\frac{11}{n}$.

□ $b_n=\frac{1}{a_n}+\frac{11}{n}$ □□ $b_{n+1}=b_n$ □□ $\{b_n\}$ □□□□□

□□ $b_n=\frac{1}{a_n}+\frac{11}{n}=b_1=\frac{1}{a_1}+11=2$ □□ $a_n=\frac{n}{2n-11}$.

□ $0<n\le5$ □□ $a_n<0$ □□ $n\ge6$ □□ $a_n>0$.

□□ $n=5$ □□ S_n □□□□□.

□□□□□5

59□□2021·□□·□□

□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 1691 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=\frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}}\pm e^{-\frac{x}{c}}\right)$ □

□□ c □□□.□ $c=1$ □□□□□□□□□□□□□:□□□□□□ $\sin h(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ □□□□□□□ $\cos h(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ □□□□

$y=\cos h(2x)+\sin h(x)$ □□□□□____________.

□□□□ $\frac{7}{8}$

□□□□

□□ y □□□□□□ e^x-e^{-x} □□□□□□□□□□□□□ e^x-e^{-x} □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

$y=e^x-e^{-x}$ □□□□□□□□□□ $(-\infty,+\infty)$ □

$$y=\cos h(2x)+\sin h(x)=\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}+\frac{e^x-e^{-x}}{2}$$

$$=\frac{\left(e^x-e^{-x}\right)^2+\left(e^x-e^{-x}\right)+2}{2}=\frac{\left(e^x-e^{-x}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}}{2}\ge\frac{7}{8}$$ □

所以函数 $y=\cos h(2x)+\sin h(x)$ 的最小值为 $\frac{7}{8}$.

故答案为：$\frac{7}{8}$.

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！